

9/11/2017

הרצאה 21

25 - 15 פקטור - בקורת קור

תכונות דיפרנציאליות:

$$\Lambda^k(M) = \bigoplus_{k=0}^n \Lambda^k(M)$$

$\Lambda^k(M)$: תכונות

$$\Lambda^k(M) \ni \omega = \sum f_{i_1, \dots, i_k}(x_1, \dots, x_n) dx_{i_1} \wedge \dots \wedge dx_{i_k} = \sum_I f_I \omega^I$$

אנטי-סימטריה

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \sum f_I dx_I \\ \eta &= \sum g_J dx_J \end{aligned} \right\} \omega \wedge \eta = \sum_{I, J} f_I \cdot g_J dx_I \wedge dx_J$$

$$(\omega \wedge \eta)_p = (\omega_p \wedge \eta_p)$$

Λ - אסוציאטיביות

$$\omega \wedge \eta = (-1)^{|\omega||\eta|} \eta \wedge \omega$$

Λ - סופר קומוטטיביות

$$\omega \wedge \eta(x_1, \dots, x_{k+l}) = \frac{1}{(k+l)!} \sum \text{sgn}(\sigma) \omega(x_{\sigma(1)}, \dots, x_{\sigma(k)}) \eta(x_{\sigma(k+1)}, \dots, x_{\sigma(k+l)})$$

↑
שילוב וקטורי

$$(\Lambda^k(M) - \text{אנטי-סימטריה})$$

מרחב חזנות:

$$d: \Lambda^k(M) \longrightarrow \Lambda^{k+1}(M)$$

$$\omega = f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$$

$$d\omega = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j}(x_1, \dots, x_n) dx_j \wedge dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$$

אנטי-סימטריה

$$\omega = a_1 dx_1 + \dots + a_n dx_n$$

$$d\omega = da_1 \wedge dx_1 + \dots + da_n \wedge dx_n$$

$$= \left(\frac{\partial a_1}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial a_1}{\partial x_n} dx_n \right) \wedge dx_1 + \dots +$$

$$+ \left(\frac{\partial a_n}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial a_n}{\partial x_n} dx_n \right) \wedge dx_n = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{\partial a_2}{\partial x_1} - \frac{\partial a_1}{\partial x_2} \right) dx_1 \wedge dx_2 + \dots + \left(\frac{\partial a_n}{\partial x_{n-1}} - \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_n} \right) dx_{n-1} \wedge dx_n$$

$$\left(df = \sum \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i \quad f \in C^\infty(M) \quad \text{וגרפ} \right) / 6$$

$$d(d\omega) = \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_l \partial x_j} dx_l \wedge dx_j \wedge dx_{i_1} \wedge \dots \wedge dx_{i_k} \quad d^2 = 0 \quad (1)$$

$$d(\alpha \wedge \beta) = d\alpha \wedge \beta + (-1)^{|\alpha|} \alpha \wedge d\beta \quad (2)$$

$$\begin{aligned} d(\alpha \wedge \beta) &= d(fg) \wedge dx^I \wedge dx^J = (f dg + g df) \wedge dx^I \wedge dx^J = \\ &= f dg \wedge dx^I \wedge dx^J + g df \wedge dx^I \wedge dx^J = \\ &= (-1)^k f dx^I \wedge dg \wedge dx^J + df \wedge dx^J \wedge g dx^I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= f_I dx^I \\ \beta &= g_J dx^J \end{aligned}$$

0, 1, 2 "ב" מקרה קטן של ד

$\hat{X}_i$ - נקודות בדיקה

$$\begin{aligned} d\omega(X_0, X_1, \dots, X_k) &= \sum_{i=0}^k (-1)^i X_i \omega(X_0, \dots, \hat{X}_i, \dots, X_k) + \\ &+ \sum_{0 \leq i < j \leq k} (-1)^{i+j} \omega([X_i, X_j], X_0, \dots, \hat{X}_i, \dots, \hat{X}_j, \dots, X_k) \end{aligned}$$

$$\omega \in \Lambda^1(M)$$

$$d\omega(X, Y) = X\omega(Y) - Y\omega(X) - \omega([X, Y])$$

$$i_X : \Lambda^{k+1}(M) \longrightarrow \Lambda^k(M)$$

$$(i_X \omega)(X_1, \dots, X_k) = \omega(X, X_1, \dots, X_k)$$

$$i_X(\omega \wedge \eta) = i_X \omega \wedge \eta + (-1)^{|\omega|} \omega \wedge i_X \eta$$

תלכורות

$$F^*: \Lambda^*(N) \longrightarrow \Lambda^*(M) \quad \text{where} \quad F: M \longrightarrow N$$

f^*	F	f	f^*
איזומורפיזם פונקטור	איזומורפיזם	פונקטור	פונקטור
$(f \circ g)^* = g^* \circ f^*$	$(f \circ g)^* = g^* \circ f^*$	$(f \circ g)^* = g^* \circ f^*$	$(f \circ g)^* = g^* \circ f^*$

$$F^*(\omega \wedge \eta) = F^*(\omega) \wedge F^*(\eta)$$

$$F^*g = g \circ F \quad g \in C^\alpha(N)$$

$$f^* \omega(x_1, \dots, x_n) = \omega(f_* x_1, \dots, f_* x_n)$$

$$f^*(\varphi\alpha) = f^*(\varphi) \cdot f^*(\alpha) \quad \alpha \in \Lambda^1(N), \varphi \in C^\infty(N) =$$

נסתקנה (תקיד)

$$df^* = f^* d$$

מרחק ממוצע - 1 - תחנות (x) - התכונה הנקראת x -

Lie תחת

$$L_X : \Lambda^k(M) \longrightarrow \Lambda^k(M)$$

$$\omega \in \wedge^k(M). \quad (\mathcal{L}_X \omega)(X_1, \dots, X_k) = X \omega(X_1, \dots, X_k) - \sum_{j=1}^k \omega(X_1, \dots, [X, X_j], \dots, X_k)$$

NOT:

$$\mathcal{L}_x \omega = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(\varphi_x^t)^* \omega - \omega}{t}$$