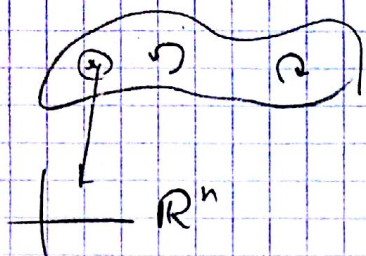


2/1/2017

הרצאה 19:

1



קבוצה של קטעים: אוריינטציה

- תכונות נוספות

- "הסתקות גלגל"

ראינו:

$M + \text{אוריינטציה}$, השפה M "יורשת אוריינטציה $M - \alpha$ "

פברט:

$$\partial(M \times I) = M \times \{0\} \cup M \times \{1\}$$

שני ירידה 2 אוריינטציות וסכום - פשוט לסתם את האוריינטציה ההפוכה.

הצורה:

$f: M \rightarrow N$, M קומפקט, N חסום, $\dim M = \dim N$
 y סדר ראשון, M, N אוריינטציה.

$$\deg(f, y) = \sum_{x \in f^{-1}(y)} \varepsilon(x)$$

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } f \text{ is orientation preserving at } x \\ -1 & \text{if } f \text{ is orientation reversing at } x \end{cases}$$

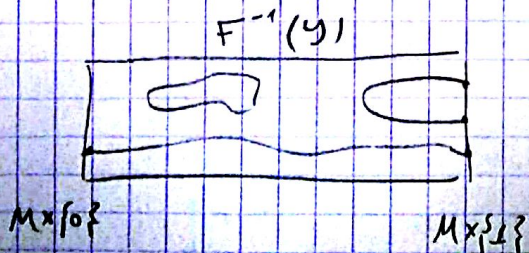
נראה שהוכחנו ש- $\deg(f, y)$ לא תלוי ב- y .

סקיצה:

עמדה I:

$f: M \rightarrow N$, $\partial M = \emptyset$, X קומפקט + אוריינטציה

$\deg(f, y) = 0$ לכל y אם f לא עליונה.
 $F: X \rightarrow N$ אולי ראשון y של f .



מקרה א':

y סדר ראשון של F

RVT + SARD - ירידה מחדש 1 - ירידה מחדש מחדש

כסדר שבתוצור האורנטציה הפכה מהקדים $\deg(f, y) = 0$.

למה II:

F הוא סופיק בין f ו- g ונניח ש- y סך ראשי משותף (*).
(אפשר לבדוק דבר זה - SARD)

$$\deg(f, y) = \deg(g, y) \quad \text{אולי:}$$

הסבר:

למה I

$$0 = \deg(F|_{M \times I}, y) = \deg(f, y) - \deg(g, y)$$

(*) - צריך להשתמש (נוכח ה- $M \times I$ - $M \times I$ - $M \times I$)

למה III:

ניתן לבדוק כל נקודה (y) לכל נקודה y נשאר.

הערה:

כרסל שמצדדים יחידה + אורנטציה גנוחים של הפונקציות שומרות

אורנטציה. $f: (M, \omega_M) \rightarrow (N, \omega_N)$ שומרת אורנטציה אם ה-

pullback של (N, ω_N) נותן את (M, ω_M) .

עשים לב שפה לא אותו דבר כמו שמירת אורנטציה בנק' מסוימת.

מסקנות: (תרשם)

$$\deg(f) = \pm 1 \quad \leftarrow f \text{ דיפאם} \quad (1)$$

$$\deg(f) = +1 \quad \leftarrow f \text{ הכמות} \quad (2)$$

$$\deg(\alpha) = -1 \quad \text{שיקוף בסיס:} \quad \alpha: S^n \rightarrow S^n \quad (3)$$

$$\deg(\phi) = (-1)^{n+1} \quad \text{אנטיסופור:} \quad \phi: S^n \rightarrow S^n \quad (4)$$

← דבר של הרכבה בו הרכבת הדורות.

$$S \rightarrow S' \quad \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}^n \quad (5) \text{ מה הדבר של}$$

עמדה:

$f, g: S^n \rightarrow S^n$ חלקות (S^n במ האונר'נסציה הסטנדרטית)
 שהיא יחסת $\mathbb{R}^{n+1}$,
 $\forall x \in S^n. f(x) \neq g(x)$ -
 אזי: f הוא סוסוס - g -

הוכחה:

$$F_t(x) = \frac{t g(x) - (1-t) f(x)}{\| t g(x) - (1-t) f(x) \|}$$

עמדה:

$f: S^n \rightarrow S^n$ חלקה, n כולט, אזי יש $x \in S^n$ בקורה
 x ו- $f(x)$ "תלויים ענאורית" - (ב- S^n זה זה ")
 $\begin{pmatrix} f(x) = x \\ - f(x) = x \end{pmatrix}$

הוכחה:

אחרת, $f(x) \neq x$, נכחל את המלה הקוצרת בעזרים.
 ונחבס: $(\phi: x \mapsto -x)$

$$\phi = \phi \circ Id \sim f \sim \phi \circ \phi = Id$$

בסורה $d = 2 + 4$ מקוצר,

הסקנה:

או אפשר עסוק קיפוד:

עמדה: S^n יש שדה ורטורי חלק $\neq 0$ $\iff n$ או כולט.
 אם n או כולט - ראיו נכ $x \mapsto x$.

גלהים כנא את S^n במ TS^n ואז TS^n החרתה
 העשוק נא $f: S^n \rightarrow TS^n \cong S^n$ שדה ורטורי חלק אזי יש
 נקודה שבה - f שולחת את x לכחל, ונקודה x
 החרתה העשוק גרמס

משפט Hopf

M קומפקטית, אוריינטבילית, ללא שפה, מממד n
 $\deg(f) = \deg(g) \iff f, g: M \rightarrow S^n$ הומוטופיות

שאלה (חמדה) עמיתון קוטר: (הראו את התוצאה $n=1$)

פרק 1 - תכונות דופרנציאליות

תבססו את האמירה הבאה:

- $\Lambda^k(V^n)$ מ"ו, צריך למצוא את בסיס (אפשר להשתמש ב-1 וברמון
באיינצדורקציה)