

$$0 = \deg_2(\tilde{r}) = \deg_2(r) + \sum_{j=1}^N \deg_2(r_j)$$

$$\deg_2(r) = N = f^{-1}(y) \pmod{2}$$

←

הערה:

טבעה (כלי הוכחה):

$\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{Z}$ איננו פונקציה קשורה

$$\mathbb{R}^n \setminus M = A_0 \cup A_1$$

←

יחסים חסומים קשורים

$$\partial A_0 = \partial A_1 = M \quad + \quad \text{הידור} \quad A_0$$

: Borsuk - Ulam = גרסא

: BU-I

$$|f(-x) - f(x)| \leq 1 \quad \text{כל } x \in S^n \quad f: S^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{0\}$$

$$\omega_2(f, 1) = 1$$

↑ (הוכחה)

: BU-II

$$\deg_2(\phi) = 1 \quad \text{כל } \phi: S^n \rightarrow S^n \quad \text{הפונקציה היא זוגית}$$

: הוכחה

$$f_1, \dots, f_n: S^n \rightarrow \mathbb{R} \quad (1)$$

$$\exists x \in S^n \quad f_1(x) = \dots = f_n(x) = 0$$

$$\exists x \quad g(x) = g(-x) \quad \Leftrightarrow \quad \text{הפונקציה } g: S^n \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (2)$$

$$f: S^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{0\} \quad \text{הפונקציה "חומתית"} \quad \Leftrightarrow \quad \text{הפונקציה היא זוגית}$$

"Ham-Sandwich Thm" (המשפט ה-1)

$$\mu_1, \dots, \mu_n \quad \text{הן מידות ב-} \mathbb{R}^n \quad \text{המקום בו הן מתחברות}$$

$$\exists H(r) \text{ s.t. } \mu_k(H(r)) = \frac{1}{2} \mu_k(\mathbb{R}^n)$$

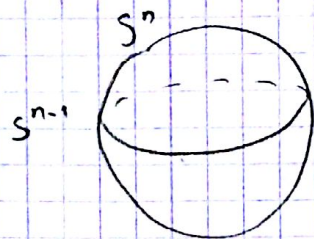
$$(d|c|n) \quad n=1$$

נניח שהסתרה (כונה) עבור $n-1$ ($n \geq 2$)

Top:

$$(S^{n-1} \subseteq S^n) \quad S^{n-1} \equiv \bar{c}(S^{n-1}) = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \mid \|x\| = 1 \right\}$$

הכנסה $i: S^{n-1} \hookrightarrow S^n$



$$g = f \circ i = f|_{(S^{n-1})}$$

$$\tilde{g} = \frac{g}{\|g\|} : S^{n-1} \longrightarrow S^n$$

$$f = \frac{f}{\|f\|} \quad \text{in } S^n \longrightarrow S^n$$

$\tilde{g}^{-1} \circ f^{-1} \circ g \in S$ Prouva triviálně pro S SARD GARDN (*)

$(R_y \curvearrowright \text{ nur in } g(S^{n-1})) \stackrel{(\#)}{\rightarrow} y \notin g(S^{n-1})$; Wid. Widerspruch $(\#)$

(*) y ו z רצופות $\Rightarrow$ f רציפה

$$|\tilde{f}^{-1}(y)| \pmod{2} \stackrel{\text{def}}{=} \deg_z(\tilde{f}) = \omega_2(f, 0) \pmod{2}$$

(*) משפט סטרום: $|f'(y)| = \frac{1}{2} |f^{-1}(Ry)|$ (כאן f כוונתו f מציאות)

(x) נתון כי $\sim$ חצי הסדרה הסדורה

$$S_n^+ = \{x \in S^n \mid x_{n+1} \geq 0\}$$

$$f_+ = f|_{S_+}$$

 $\therefore \text{No.}$

$$\frac{1}{2}|f^{-1}(Ry)| = |f_+^{-1}(Ry)| \quad \Leftarrow \quad (*)$$

$$\omega_2(f, 0) = f^{-1}(\mathbb{R}_y) \pmod{2}$$

$$: |p| \quad (*)$$

3 (★★)

∴ Dic

$$\partial S_n^+ = i(S^{n-1})$$

(*) S_n^+ הוא יחידה עם סדר ודחיסה.

צורה (2-ב) את התחביר האינוברקציה.

$$V = (Ry)^+ \subset \mathbb{R}^{n+1} \quad (סמל)$$

$$\pi: \mathbb{R}^{n+1} \longrightarrow V$$

$$h = \pi \circ f_+ : S_n^+ \longrightarrow V \cong \mathbb{R}^n \quad (שבור)$$

$$h|_{i(S^{n-1})} = h|_{\partial S_n^+} \quad (שם פס)$$

הוא סדרה π^{-1} כי איננו

$$(*) \quad (השבתה) \quad h|_{\partial S_n^+} : S^{n-1} \longrightarrow \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$$

התחביר האינוברקציה:

$$\omega_2(h|_{i(S^{n-1})}, 0) = 1$$

(שם פס): h קובץ + תחביר: 0 בלבד, h פס

$$1 = \omega_2(h|_{i(S^{n-1})}, 0) = |h^{-1}(0)| \pmod{2}$$

$$\begin{aligned} (**) \quad &= |f_+^{-1}(Ry)| \pmod{2} \\ &= \omega_2(f, 0) \end{aligned}$$

