

12/12/2016

הרצאה 13:

שימוש במשפט RVT

- שימוש מתוך $\mathbb{R}^N$
- וויטני
- טרנסברסאציות
- המשפט נק' השקת של קראור
- הוכחה למשפט היסודי של האנליזה:

סקיצה:

$$p: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \text{ פ' מרכז:}$$

$$f: S^2 \rightarrow S^2$$

$$\begin{cases} f(p) = \pi_+^{-1} \circ p \circ \pi_+(p) \\ f(p, i, z) = (0, i, z) \end{cases}$$

הוכחת קשקש של f חזקה.

$\int p$ סימבולי אינ' $\pi_+(p)$ שורש של $p'(z)$ - תראה.

נק' ראשיות של f : $\{x_1, \dots, x_n\} \subset S^2$

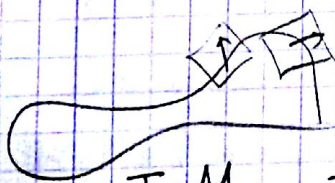
$f^{-1}(p)$ קשורה גלובלית. (משפט ברמה התקופים) $\exists$ לין ראשית.

$\Leftarrow$ ואכן $f^{-1}(p)$ אינ' בעל לא גלובלית.

ואכן f הוא לא. הפרט $\exists p. f(p) = (0, i, -1)$ נקבל:

$$p \circ \pi_+(p) = \pi_+(f(p)) = 0$$

ולכן זה נכונה.



פרק 1: שדות וקטורים:

זרן להתאים בצורה חזקה α וקטור β - $Tac M$

הצגה I:

שדה וקטורי X על M יהיה M חלקי $\mathbb{R}$ פונקציה

$$\Phi(x_1, \dots, x_n) : U \rightarrow \mathbb{R}^n$$

קורדינטות:

וכל נקודה $a \in U$ מתקיים ש:

$$X(a) = \sum f_i(a) \frac{\partial}{\partial x_i} \Big|_a$$

צורה f_i חלקי

(שיטת פס):

$$\forall a \in U, f_i(a) = (dx_i)_a X(a)$$

$$(x_1, \dots, x_n, dx_1, \dots, dx_n) \circ X : U \rightarrow \mathbb{R}^n * \mathbb{R}^n \leftarrow \text{ההרכבה:}$$

החלקה.

הצגה II:

X שדה וקטורי חלקי על M אם:

$$X : M \rightarrow TM \quad \text{החלקה חלקה,} \quad \pi_* X = Id$$

הצגה III:

X שדה וקטורי חלקי על M $C^\infty(M \rightarrow \mathbb{R})$

$$X : C^\infty(M) \rightarrow C^\infty(M) \quad \text{כיון החלקה ליניארית:}$$

המקיימת תנאי דריקצ'ו:

$$\forall f, g \in C^\infty(M), X(fg) = f X(g) + g X(f)$$

הצגה:

אם בהצגה ה"אולימפית" שדה וקטורי פועל באופן טבעי על פונקציות

$$V = [c] \in T_p M \quad \text{(כדיור נכונה - f):}$$

$$V(f) \equiv L_V f \equiv \partial_V f = \frac{d(f \circ c)}{dt}(0)$$

סימוליון

תרגום:

- מוסבר היטב ולכן תלוי קצת.

שדות וקטורים: $X: M \rightarrow TM$

$$X[f](x) = df_x \circ X(x) \quad \text{"האופרטור הדיפרנציאלי"}$$

קורדינטות:

$$df_x = \sum \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i, \quad X(f) = x^i \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

$$X = \sum x^i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

תרגום: לעבור מהצורה III להצורה II

(רמז: להעביר קרייטציות בהתאם של היתרם המשיק)

סימונים:

אוסף השדות הוקטורים $\mathcal{X}(M)$, $\Gamma(TM)$

תרגום:

השדות הקבועים שנקראים:

$$(1) \quad X: M \rightarrow TM, \quad \pi \circ X = Id, \quad \text{הנקודה}$$

$$(2) \quad \text{על מרחב המרחב} \rightarrow (x_1, \dots, x_n)$$

הפונקציות f המקובלים חלקות.

$$(3) \quad \text{על כל קבוצה פתוחה} \quad f \in C^\infty(V) \Rightarrow \forall x \in M \quad X(f) \in C^\infty(M)$$

$$X(f) \in C^\infty(M)$$

הערה:

$$(1) \quad \mathcal{X}(M) \text{ אינו חלף } R \text{ (כחול).}$$

קנוס (קטגוריה אבסטרקטית) הוא גורם C^∞ חלף

$$(fX)(a) = f(a)X(a) \quad \text{ב"א}$$

$$(2) \quad \text{על כל נכון ש-} C^\infty(M) \rightarrow C^\infty(M)$$

היא אינאריות

$$f \rightarrow X(f)$$

כאשר X אופרטור קוואנטום "הסטנדרט"

$$Y = X = \frac{\partial}{\partial x}$$

שדה וקטורי
על $\mathbb{R}$

$$X(Y(f)) = f''$$

$$(fg)'' = f''g + 2g'f' + fg'' \neq f''g + fg''$$

הערה: (הערה)

בהנחה $X, Y \in \mathfrak{X}(M)$

$$C^\infty(M) \longrightarrow C^\infty(M)$$

$$f \longmapsto X(Y(f)) - Y(X(f))$$

הקומוטטור (Lie bracket) של שני וקטורים X ו- Y הוא $[X, Y]$

הערה:

$$[X, Y](fg) = X(Y(fg)) - Y(X(fg)) =$$

$$= X((Y(f)g + f(Y(g)))) - Y((X(f)g + f(X(g)))) =$$

$$= X(Y(f)g) + X(g)Y(f) + X(f)Y(g) + fX(Y(g)) -$$

$$- [Y(X(f)g + f(X(g)))] =$$

$$= ([X, Y]f)g + f([X, Y]g)$$