

RVT GOV N

2) $f^{-1}(y)$ ist die Menge aller x mit $f(x) = y$, also $f: M^m \rightarrow M^n$
 Für $f^{-1}(y) = \ker df$ falls $m = n$ und $(N = 0)$ (regulär)

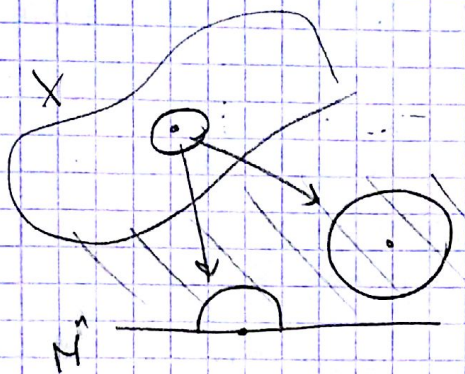
QIN QIN

(1) שימושים: סותר $\mathbb{R}^n$ (בפרט משפט ויט) $(M \hookrightarrow \mathbb{R}^{2m+4})$

(2) $M \nsubseteq N, M \cap N \subsetneq M, N$ ירודה חסמה (מת ירודה ב-Y)

Brouwer fixed point theorem (3)

medien der 1301er Generation (4)



יחידות ב שול

שתי הסדרות שקולות:

$$H^n \equiv \mathbb{R}_+^n = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid x_1 = 0 \right\}$$

רק הקוארצניטה האחרונה

oδCIC

$$= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} \right)$$

• نکته: $V \subset [0, 1) \times \mathbb{R}^{n-1} = (U_1^n)$, x_0

$\mathbb{R}^n \rightarrow$
 V

וי
 $x \in V$

$\tilde{f}|_V = f$

$\tilde{f} \in \tilde{V} \rightarrow \mathbb{R}^m$

וי

2. 10. 2020

M ויחזה את שפה.

1) סדר גודל $T_p M$ - 2 הצירים. כחומר הטנזורים, מתקין

$$\alpha: (-\varepsilon, 0] \rightarrow M \quad \text{und} \quad \alpha: (-\varepsilon, \varepsilon) \rightarrow M \quad \text{von } \alpha$$

$$\beta : [0, \varepsilon) \longrightarrow M$$

(2) זיכרון 310

★★ תשובה: אל יחולקו זמנים $n-1$ (folk) ב תחילת

המחנכים והמורים מ"ד מ"ה מ"ו מ"ז מ"ח מ"ט

משפט RVT : סיווגיות של שדה

$f: M^n \rightarrow N^n$ (מרחב טורס של שדה) y בנקודה של f רגולרית
 וחסם של $f|_{\partial M}$ הוא נקודה חסמה של שדה מרחב M ו- n
 אזי $f^{-1}(y) = f^{-1}(y) \cap \partial M$

$$T_x f^{-1}(y) = \ker D_x f \subset T_x M$$

משפט SARD

נקודות קריטיות של f או של $f|_{\partial M}$ קבוצות מידה אפס.

משפט (no restriction theorem)

M קומפקט - שדה של $\mathbb{R}^n$ $\phi \neq \emptyset$
 $f: M \rightarrow \mathbb{R}^n$ פונקציה שטח המרחב של השדה.

הוכחה:

נניח שהייתה פ' כפול, $\Leftarrow$ SARD, קיים בנק רגולרית $y \in \partial M$

y בנק רגולרית של $f|_{\partial M} = Id_{\partial M}$ (סגור במרחב) $f^{-1}(y) \subset M$ ונקודה של שדה מרחב M ו- n
 $\Leftarrow RVT^*$
 $\partial f^{-1}(y) = f^{-1}(y) \cap \partial M = \{y\}$

$$(Id_{\partial M} = f|_{\partial M})$$

הסתירה נובעת מהמשפט הראשון של יורדן - מישוריות

משפט (הכרסה הרחוקה של גוסט מן הסגר של Brouwer)

כלל: ההצטרפות חסומה, ההצטרפות חסומה ויש: קוצר-סדר:

(כאן: קו' סגור)

הוכחה:

נניח: המעלה של f כלל γ (סגור):

הקצור הסגר

א. $D^n \rightarrow S^{n-1}$ (כאן: f)

קו' החיתוך של הסגר והישר: $[x, f(x)]$ (הקו המחובר) $x - f(x)$ מאשר $-f(x)$

פ. חלקה (תכנס) וקוצר-סדר $D^n = S^{n-1}$

בסתר: המשפט הקודם.

משפט (הכרסה הרחוקה של המשפט הקודם)

B הוא אינפיריטי D^n ו- $f: B \rightarrow B$ (כאן: f)

אם f - D יש קו' סגור.

הוכחה:

(1) מספיק שיהיה סגור D^n (שהסתגל).

(2) D^n קומפקט $\Leftarrow$ נקרא את f $\Leftarrow$ פליטות
Stone-Wierstrass

$\forall x \in D^n \quad \|f(x) - p(x)\| < \varepsilon$ $\rho: D^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ p - ש

חלקה $F: D^n \rightarrow D^n$ $F(x) = \frac{1}{1+\varepsilon} p(x)$ (כאן: F)

$\|f(x)\| \leq \frac{1}{1+\varepsilon} (\|f(x)\| + \|p(x) - f(x)\|) \leq 1$

$\|F(x) - f(x)\| \leq \dots \leq 2\varepsilon$ (כאן: F)

אם f - D אין קו' סגור,

$\mu = \inf_{x \in D^n} \|f(x) - x\| > 0$

(f רצף) $\varepsilon = \mu/2$ (נקו) $\Leftarrow$ סגר המרחק הנגד: קצוץ

$\|F(x) - x\| \geq \|f(x) - x\| - \|f(x) - F(x)\| > \mu - 2\varepsilon$

$F \Leftarrow$ אין קו' סגור $\Leftarrow$ סגור:

סוכות חג המצות על חמשת ימי המעלות (תקציר)

① $m_1 + m_2 = m_3$ (מסתים) $n-1$ זוגות

TM -1. T_PM (2)

③ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$R^n \rightarrow p$ de modo que $p \in \mathcal{M}$. Definição $f: M^n \rightarrow M$ (4)

$\hat{f} = f$ on $V \cap W^n$ $\Rightarrow$ $f: W \rightarrow M$

$$df_p = d\tilde{f}_p \quad \Leftarrow$$

⑤ M מובנה, $f'' : M \rightarrow \mathbb{R}$ חלקה, 0 בתן ראשוני

$\leftarrow f^{-1}([0,1])$ ירידה חזקה מאיזוטופיה u כן $\cdot$

$$\partial f^{-1}([0, \infty)) = f^{-1}(0)$$

(constant rank theorem 9.17)

סמכות תוכנה של RVT אירועות עם שמו

(1) יחסיות להסתכלות $p \in \partial M \cap f^{-1}(z)$ (אחרת נשתמש ב-RYT הריבוי)

(2) $M = M^n$ - אברהם שני

(3) מתקיים $\Leftarrow$ י. סוסים פחות $\checkmark$ $\mathbb{R}^n$ - פ. p

- $V \cap W \neq \emptyset$ $\Leftrightarrow \bar{f} = f$ - $\forall p \in \mathcal{P}(V)$ $\tilde{f}: V \rightarrow \mathcal{P}(V)$ -

4* (חז"ל פירש) כי v במס' יוחנן חסד (ע"פ רמב"ם) $\hat{v}$ (ר

כן שם - $\bar{f}$ אין נק' הריסות שם

(lower-semi-cont. rank - o. m. d. u. n. i. v. i. t. e. r. e. c.)

2. אכן, ראייתו של $\tilde{f}$ $\Leftarrow$ $\tilde{f}^{-1}(2)$ וריסה חסומה

(V for Value)

$$\pi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$
$$(x_1, \dots, x_n) \longrightarrow x_n$$

$$f^{-1}(q) \cap V = f^{-1}(y) \cap \mathbb{R}_n^+ = \{x \in f^{-1}(y) \mid \pi(x) \geq 0\}$$

יחידה חלקה עם שדה $\pi^{-1}(0)$ (תמיד 5)

$$\partial f^{-1}(y) = f^{-1}(y) \cap \partial M \quad \text{Idol}$$

משפט (התמונה המקומית)

$\dim X = \dim Y$ - נקודות x מקומיות $f: X \rightarrow Y$

-1 y כל נקודה

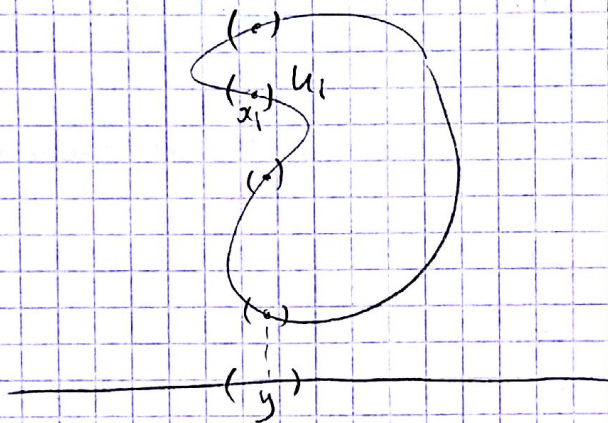
אם $f^{-1}(y)$ קבוצה סופית $(x_1, \dots, x_n)$

אם $y \in V$ אז $x_i \in U_i$ - סביבות מקומיות

כך ש $i \neq j \implies U_i \cap U_j = \emptyset$

כך ש $f^{-1}(y) = \bigcup_{i=1}^n U_i$

המקומות $f|_{U_i}: U_i \rightarrow V$



הוכחה:

$\# f^{-1}(y) < \infty \iff RVT + \text{מקומיות}$

$\exists v_i \text{ near } y, \exists U_i \text{ near } x_i \iff f \text{ דיפרנציאבילית מקומית}$

כך ש $f: U_i \rightarrow V_i$ דיפרנציאבילית

אם $i \neq j$ אז $U_i \cap U_j = \emptyset$ - כל נקודה

$U_i'' = U_i' \cap f^{-1}(V)$ (כאן) $V' = \bigcup_{i=1}^n V_i'$ (כאן)

דיפרנציאבילית $f: U_i'' \rightarrow V$

$Z = f(X \setminus \bigcup U_i'')$

$V = V' \setminus Z$

$U_i = U_i'' \cap f^{-1}(V)$

מסקנה: (תרשים)

באותם תנאים כמו במשפט של מילנר, התקיים:

הפונקציה $f^{-1}(y)$ - locally constant . יש סביבה U של y כזו - γ - p - U - $\forall y' \in U$ $f^{-1}(y) = f^{-1}(y')$.

(4) אם פונקציה f היא חד-חד-חד, יש שורש $p: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$.

הוכחה: (המשפט של Milnor)

$$\begin{aligned} \pi_+ : S^2 \setminus \{0,0,1\} &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ \left\{ \begin{aligned} f(0,0,1) &= (0,0,1) \\ f(p) &= \pi_+^{-1} \circ p \circ \pi_+(p) \end{aligned} \right. & f : S^2 \longrightarrow S^2 \quad (\text{סדור}) \end{aligned}$$

$$\pi_- : S^2 \setminus \{0,0,-1\} \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

U סביבה קטנה של המישור $\mathbb{R}^2$.

$$Q(z) = \pi_- \circ f \circ \pi_+^{-1}(z) \quad (\text{מבנה})$$

$$Q : U \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

מסקנה:

Q מוגדרת היטב + חלקה בסביבת המישור

$$\iff f \text{ חלקה על } (0,0,1).$$

$$(0,0,1) = f \circ \pi_+^{-1}(0) \iff f \circ \pi_+^{-1}(z)$$

ספרט, הוא לא $(0,0,-1)$ והפונקציה f מוגדרת היטב.

$$\pi_+ \circ \pi_+^{-1}(z) = \frac{z}{|z|^2} = \frac{1}{\bar{z}} \quad (\text{תרשים})$$

$$p(z) = \sum_{i=0}^n a_i z^i, \quad a_n \neq 0 \quad (\text{נוח})$$

$$Q(z) = \pi_- \circ \pi_-^{-1} \circ p \circ \pi_+ \circ \pi_+^{-1}(z) =$$

$$= (\pi_- \circ \pi_-^{-1})^{-1} \circ p \left(\frac{1}{\bar{z}} \right) = \frac{1}{p(\frac{1}{\bar{z}})} = \frac{z^n}{\sum_{i=0}^n \bar{a}_i z^{n-i}}$$

תרשים

ולכן חלק מסבוכת הראשית (כיוון שההנחה השנייה לא שורשית)

$\Leftarrow f$ חלקה $- p = (0, 1, 1)$

חלק $\frac{df_p}{dx}$ סימבולי?

כאשר $\pi_+(p)$ הוא שורש של p

$$p'(z) = \sum_{i=1}^n a_i i z^{i-1}$$

למשל (z)

→ תמיד $dp_z(\omega) = p'(z)\omega$