

הכרזה 4 - $Aut F_n$ איז איזומורף צו $GL_n(\mathbb{Z})$

הוכחה
 נניח $n \geq 2$! פרימיטיב, $w \in F_n$ איז א ווארט
 וואס איז א ווארט אין F_n

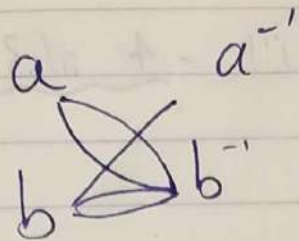
F_n איז פאראן $X = \{x_1, \dots, x_n\}$
 $N \leq Aut F_n$ וואס איז פאראן
 (i) $x_i \mapsto x_i^{-1}$ (ii) $x_i \mapsto x_i x_j$ (iii) $x_j \mapsto x_j x_i$

$N \leq W \leq Aut F_n$ וואס איז פאראן
 (i) $x_i \mapsto x_i^{-1}$ (ii) $x_i \mapsto x_i x_j$
 $x^k \mapsto \begin{cases} x_k \\ x_i x_k \\ x_k x_i^{-1} \\ x_i x_k x_i^{-1} \end{cases}$

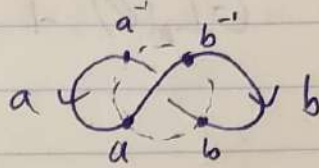
$\langle N \rangle = \langle W \rangle$
 $\forall v \in \mathbb{Z}$ און $x u x^{-1} = v$ און $\{v\}$ איז א ווארט
 $\phi_{Y,Z,v}(x) = \begin{cases} x & x = v^{-1} \\ v x & x, x^{-1} \in v \\ x v^{-1} & \text{אויס} \\ v x v^{-1} & \end{cases}$

און $(\phi_{Y,Z,v}(w))_c = |w|_c - |E(v, Y)|$
 וואס איז א ווארט וואס איז א ווארט

$| \phi_{Y,Z,v}(w) |_c = |w|_c - |E(v, Y)|$
 וואס איז א ווארט וואס איז א ווארט



$$w = abab^3 \in F_2 : \text{אנליז}$$



$$\phi_{\varphi, \tau, \nu} : \begin{matrix} a \rightarrow ab^2 \\ b \rightarrow b \end{matrix}$$

$$|W|_c = 6$$

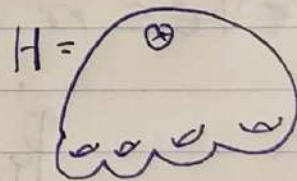
$$\phi_{\varphi, \tau, \nu}(w) = (ab^{-1})b(ab^{-1})b^3 = a^2b^2 \quad | \quad |_c = 4$$

$$Wh(a^2b^2) : \begin{matrix} a & a^{-1} \\ & \diagdown \quad \diagup \\ b & b^{-1} \end{matrix}$$

הוכחת תוצאה: לשם הפשטה, נשתמש ב- F_4 . הוכיחו, דגל
 $F_4 =$ חבורת "המסלולים הסגורים" של פתרון פתרון "פנס" דגל
 השדר, קובלים לבי החבורה הסגורה של "הפנס", ומסמנו
 $\pi_1(\text{פנס}, \otimes)$

נניח לראות את הקשר לשם תוצאה מוכנה (ראו שורה)

F_4 - פתרון המקומות הסגורות מ- $\otimes$ ו- $\otimes$
 בתוך H , שם כל ה- $\otimes$ הם
 שמקשר את הקצוות "המחולקים"
 $\pi_1(H, \otimes)$ הסמנו:



אם יש מרחיבת של אנטי-צ'יסקים P_1, P_2, P_3, P_4 כך של
 $\partial H \cap P_i = \partial P_i$

(ii) הם אולם מפיצי-ים. פתרון $H \setminus (P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup P_4)$ הוא קליטה
 של $H \setminus (P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup P_4)$ הוא פתרון לכדור

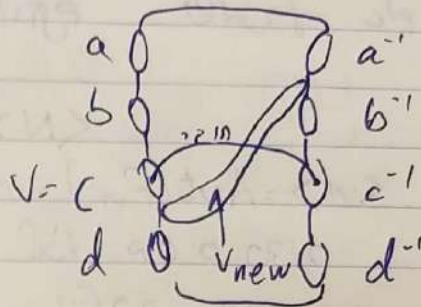
ב- $\pi_1(H, \otimes)$ (נניח לראות את הקשר) סגורה היתר
 שם הצ'יסקים (פוקינג) אבר שלם
 צ'יסק.

לכן ~~מחברת~~ דיסקיז נסו נאמן בסיס. $(F_4 - \delta)$

איתרה: מחיל את האז הדיסקיז (בה שמעתי אקצקל ומסרתי)
אם תזכר שחברתי בין v ו- z .

זהו מצבין כשהחברתי אלווין הדיסקיז.

אלו החברתי זהו v ו- z



$a \rightarrow a'$
 $b \rightarrow b'$
 $v \rightarrow v'$
 $d \rightarrow v'd'$

מה קורה δ $|W|_c$?

$|W|_c$ במצינת דיסקיז = מס' המחברים בין דיסקיז (זמנים)
סמל פנימי (סיסה)

$|W|_c$ מס' המחברים בין דיסקיז אחרי שניקל את v ו- z (מקבלים)
נא' הבסיס (מחברתי)

$$|W|_c - |\Phi_{Y,Z,V}(W)| = \# \text{ מס' המחברים } V_{\text{old}} \text{ סתם} = \deg v - E(Y, \{v, z\})$$

$$= |E(v, Y)| + |E(v, Z)| - |E(v, Z)| = |E(v, Y)|$$

הערה: כחברתי, $\langle w \rangle$ פחות $\deg v$ ו- z חסרתי
הפרימיטיביות.

$$w \in F_n$$

גורס (1936, וי. ג.) ① כל ק"פ $\varphi \in \text{Aut } F_n$ יכול להיות

② כל $w_1, w_2 \in F_n$ יכול להיות $\varphi \in \text{Aut } F_n$ כך ש-

אין מציאות $\varphi \in \text{Aut } F_n$ המקיימת את התנאים (1) ו-(2) (המשפט)

תוצאה: לכל $w_1, w_2 \in F_n$ קיים $\varphi \in \text{Aut } F_n$ כזה ש-

$$\langle N \rangle = \text{Aut } F_n$$

$$\langle w \rangle = \text{Aut}(F_n)$$

מספיק להוכיח את זה עבור $(u_1, \dots, u_n) \in F_n$

ע"י מסתמך על כך שכל $(x_1, \dots, x_n) \in F_n$ יכול להיות

"מורה" להפרדה של $(u_1, \dots, u_n)$ ו- $(x_1, \dots, x_n)$ כלומר

$$\varphi \in \text{Aut } F_n \text{ כזה ש-} \left. \begin{array}{l} u_1 \mapsto u_1, u_2 \\ u_2 \mapsto u_2 \end{array} \right\} \varphi : \begin{array}{l} a \mapsto u_1 \\ b \mapsto u_2 \\ c \mapsto u_3 \end{array}$$

$$\varphi \circ \sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \dots \circ \sigma_r = \text{id}$$

$$\varphi = \sigma_r^{-1} \sigma_{r-1}^{-1} \dots \sigma_1^{-1} \in \langle w \rangle$$

$$\pi_1^{\text{labeld}} \left(\begin{array}{c} u_1 \\ \nearrow \\ u_2 \\ \nearrow \\ u_n \end{array} \right) = F_n \iff (u_1, \dots, u_n) \in F_n$$

המשפט הבא

$$\Gamma_x(F_n)$$



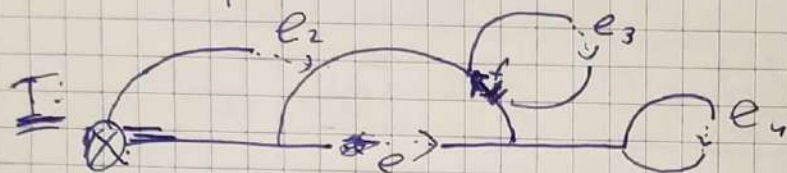
כל הקבוצה של מילים שמתחילות ב-x

כל קבוצה של מילים שמתחילות ב-x היא קבוצה נורמלית. כל קבוצה נורמלית היא קבוצה של מילים שמתחילות ב-x.

$B = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ $\alpha' \beta$ $\alpha'' \beta$

$$B' = (\beta'_1, \beta'_2, \dots, \beta'_n)$$

(ו) מחזור עם לוי מספר בעמ'ק עק עקב'ה' (ד')



Uzn $\beta_1' = \beta_1$

Q. 20 $\beta'_2 = \beta_2$

oder $\beta'_3 = \beta_3 \beta_1^{-1}$

$$B_1 = B_7 B_4 B_1^{-1}$$

$\tau \in \text{Se} \{ \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n \}$

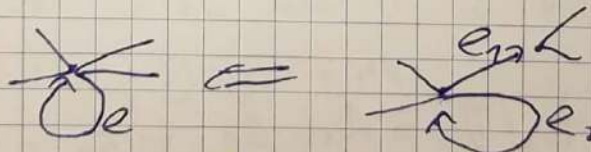
הוכחה (2)

A diagram illustrating the decomposition of a vector e into two components e_1 and e_2 . The vector e is shown as a horizontal arrow pointing to the right. Below it, two vectors e_1 and e_2 are shown originating from the same point. Vector e_1 points up and to the right, while vector e_2 points down and to the right. The tip of e_1 is connected to the tip of e_2 by a horizontal line segment, forming a triangle where e is the sum of e_1 and e_2 .

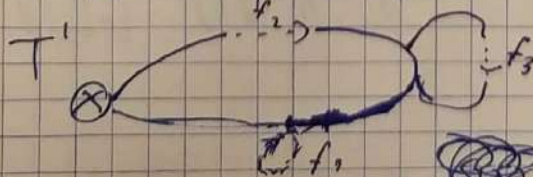
מקרה ד: הק'מס, דא

(ד) ער דער שטח פון ארץ ישראל
 וועט זיין געווען א געזונטע
 און געזונטע און געזונטע און געזונטע

32 17PN



בחר כשרה ~~הייתה~~ עם בורח ד שמואל את E_1
 (כחוק, ע"א את E_2). התחלה של ד בשרה $E_2 = f_1, \dots, f_n$
 אף הושרת בעקבות ~~הייתה~~ בשרה הייתה $E_2 = f_1, \dots, f_n$
 והתחלה של E_2 בשרה $E_2 = f_1, \dots, f_n$
 שוב, הכסים החקש מתקבל מהמים הישן $E_2 = f_1, \dots, f_n$
 ("כ"ב, "א").


$$\beta'_2 = \beta_2 \beta_1$$

(f) β_n^{-1} is the n -th Bernstein polynomial

שאלה פתורה: מהו הגודל של $\text{Aut } F_n$ ברוסס?

ניסוח / ו"ל הדג?

כמה איברים יש בארגון ה"ס' $\text{Aut } F_n$ במקום בקור ברוסס R סביב הראשית?

$$|B_R| \approx \alpha^R \quad (\alpha > 1)$$

הגדרה: בדיוק חבורה G וקבוצה סמטרית S ($S=S^{-1}$)

$$g \xrightarrow{s} gs \quad \text{כאשר } g \in G \text{ ו- } s \in S$$

$$\text{Aut } F_n \cong GL_n(\mathbb{Z})$$

⊗ $[F_n, F_n]$ = חבורת הקומוטאטור של F_n = תת-חבורה

ע"י הקומוטאטור = כל האיברים שחסרי יחידה ברוסס

⊕ הוא ס (כשסופרים י"א כ"י) שחסרי יחידה ברוסס $\text{Aut } F_n$

$$\varphi([F_n, F_n]) = [F_n, F_n]$$

$$\varphi([x_1, y_1], [x_2, y_2]) = [\varphi(x_1), \varphi(y_1)] [\varphi(x_2), \varphi(y_2)]$$

$$\mathbb{Z}^n \cong F_n / [F_n, F_n] \quad \text{⊗} \quad \text{באבס'צ'י של } F_n$$

⊗ מכיוון ש- $[F_n, F_n]$ זיגורטית, כל $\varphi \in \text{Aut } F_n$ מקביל אלומורפיזם φ על $\mathbb{Z}^n$ (החנה).

$$\varphi(gH) = \varphi(g)H \quad \text{אכן, אכן } \varphi \in \text{Aut } G, H \text{ char } G$$

מוסקר ה"אב בברור כי $\varphi(H) = H$, והם עוזקא שכלי ברוסס.

$$\Phi: \text{Aut } F_n \rightarrow GL_n(\mathbb{Z}) \cong \text{Aut } \mathbb{Z}^n \cong \text{Aut } F_n / [F_n, F_n]$$

$GL_n(\mathbb{Z})$ - מטריצות מס' השמנים שיהי בקומוטאטור ה"אב ± 1 הפיכות מס' השמנים.

⊗ Φ על:

$$\Phi \begin{pmatrix} x_i \rightarrow x_i, x_j \\ x_k \rightarrow x_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Phi \begin{pmatrix} x_i \rightarrow x_i', x_j \\ x_k \rightarrow x_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

$GL_n(\mathbb{Z})$ נוצרת ע"י:

והן אכן בתמונה.

תת"ם 51 גבי' דור מוכרת בגרעין (81) חשנה את האב"ט (531)

$\rho_4 : n \geq 3$

• $I_{\text{eff}} F_2$ $\frac{1}{1050}$ $\frac{1}{1924}$ $n=2$ $\frac{1}{1050}$ $\frac{1}{1924}$

$$\text{Out}(F_2) := \frac{\text{Aut}(F_2)}{\text{Inn}(F_2)} \cong \text{GL}_2(\mathbb{Z}) \quad : p \geq 5$$

- $\overline{\Phi}: \text{Aut}(F_n) \rightarrow GL_n(\mathbb{Z})$ 'SSO' 121122

[illegible]

Outer-Space (84')
Train-tracks (91')

~~1. (100) 100~~ P_2 F_3 2 (T) (100) $Aut(F_n)$ $P(100)$: 211100
 (100) 100 F_2 1 (100) 100 F_5 100 100