

הצורה - משתנה כא סמטרה, אולם ערוה מ. שמשים תרשלי בית מקרא כעס לבון.

מרחבי מנה - המושג

תצורת - אם $X = \bigcup_{\alpha \in A} A_\alpha$ אז $X/\Sigma = \{[A_\alpha]\}$ טופולוגיה
 שמשמרת: $X/\Sigma \rightarrow X$ P : הצורה חזרה $\Sigma = \{[A_\alpha]\}$

הצורה אם A שמה אם A איחוד של קטעים שלמים

הצורה - X מ"ט, X/Σ מרחב מנה.

$\Gamma \subset \Sigma(X)$ נקראת בסיס קבוצות פתוחות שלמות אם:

- (1) $\Gamma \in \Sigma$ שלמות
- (2) כל קבוצה פתוחה שלמה היא איחוד קבוצות מ- Γ

משפט - (1) X/Σ מקיים T_1 $\iff$ כל A_α סגור ב- X
 (2) X/Σ מקיים T_2 $\iff$ כל $A_\alpha \neq A_\beta$ קיימות סביבות שלמות זרות
 (3) X/Σ מקיים S_2 $\iff$ קיים בסיס קבוצות שלמות פתוחות בן מניה

הוכחה - תרשלי

הצורה - תהי $f: X \rightarrow Y$ העתקה חזרה. X/Σ_f מרחב מנה.

משפט - קיימת העתקה חזרה $g: X/\Sigma_f \rightarrow Y$ כך ש-
 $f = g \circ p$ $p: X \rightarrow X/\Sigma_f$
 חזרה g -
 חזרה g -
 חזרה g -

$$g([f^{-1}(y)]) = y$$

הוכחה - משמרים את g מתקיים $f = g \circ p$.
 g חזרה - קל.

כזיפות - נקח קבוצה פתוחה $U \subset Y$ נבדוק האם $f^{-1}(U) \subset X/\Sigma_f$ פתוחה?

$$f^{-1}(U) = p^{-1}(f^{-1}(U)) \subset X$$

משפט - תהי $f: X \rightarrow Y$ כזיפה וזל. X קומפקט ו- Y Hausdorff אז X/Σ_f מקיים S_2 $g: X/\Sigma_f \rightarrow Y$ הויא מורסיס

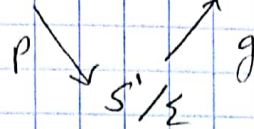
$$\Sigma = \{[z, -z] \mid z \in S^1\}$$

זוגות - $X = S^1$ מרחב. S^1 איך נראה פורמלית? בעמוד הבא.
 גיאומטרי: ציור "אהבה" כל זוג נבחר בנקודות ונצביק אולם:
 (כ"קיסלנו" את עני המעגלים יחד).

דוגמה - $\Sigma = \{(z, -z) \mid z \in S^1\}$, $X = S^1$

נקח: $F: S^1 \xrightarrow{z^2} S^1$ (הכוונה ל- z^2 מעל המרחב)

ומהימנסט, g הוא איזומורפיזם



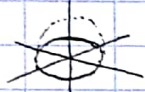
דוגמה - $X = \overline{D^2}$ עיגול סגור.

נקח $\Sigma = \{z \in \overline{D^2} \mid z \in S^1\}$

נכסוף ש- $X/Z = S^2$

f יהיה העלה ~~העלה~~ מעיגול $\mathbb{R}^2$ לעיגול סגור $\mathbb{R}^3$ ~~העלה~~ f' הוא איזומורפיזם

נבנה העתקה $S^1 \rightarrow S^2$



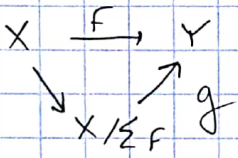
נבדוק F_2 מהימנסט לעברה.

~~העלה~~ ~~העלה~~ ~~העלה~~

על קווצה ביניהם, עריוז אונק לזכור g ונקח את הקוצת היחידות עם הכוונה (כל העקבות בהסיום הכוונה הולכת עלק יחידה בקולט)

אז $F = F_1 \circ F_2$ על ורציפה, S^1 קומפקט ו- S^2 Hausdorff.

ומהמנסט $X/Z = S^2$



משפט - יהי X, Y מרחבים טופולוגיים. אז f רציפה $\iff g$ רציפה

(כאשר g ההעתקה מקוצה: $g = [F]$)

הוכחה: $\Rightarrow$ g רציפה אזי $F = p \circ g$ רציפה עררבה של רציפות $\Leftarrow$ מהמשפט הקודם.

מרחבי העתק

הזכרה - יהי X, Y מרחבים טופולוגיים. קבוצת ההעתקות $C(X, Y)$ $f: X \rightarrow Y$

$$U(C_1, \dots, C_m; W_1, \dots, W_m) \subset C(X, Y) \quad \text{נסמן ב-}$$

$$\downarrow \{ f: X \rightarrow Y \mid f(C_i) \subset W_i, C_i \subset X, W_i \subset Y, i=1, \dots, m \}$$

פתיחה $\uparrow$ קומפקטיות

מעטפת - $\{ U(C_1, \dots, C_m; W_1, \dots, W_m) \}$ - הבסיס $\mathcal{B}$ של טופולוגיית מנהיגות קומפקטיות - פתיחה ב- $C(X, Y)$

הוכחה - א - כיסוי של $C(X, Y)$ - ב - כיסוי של $C(X, Y)$ - ג - כיסוי של $C(X, Y)$ - ד - כיסוי של $C(X, Y)$

$$U(C_1, \dots, C_m; W_1, \dots, W_m) \cap U(C'_1, \dots, C'_m; W'_1, \dots, W'_m) = U(C_1, \dots, C_m, C'_1, \dots, C'_m; W_1, \dots, W_m, W'_1, \dots, W'_m)$$

מעטפת - יהי X מרחב טופולוגי, Y מרחב טופולוגי. $r(F, g) = \max_{x \in X} \rho(f(x), g(x))$ $(f, g: X \rightarrow Y)$

$$\mathcal{B}_r = \mathcal{B}_\infty \quad \text{סגורה}$$

הוכחה - $\mathcal{B}_r$ - פתיחה ב- $\mathcal{B}_\infty$ - ו - $f \in U$ קיימת U_2 פתיחה ב- $\mathcal{B}_r$ כך ש- $f \in U_2 \subset U$ ואולם $\mathcal{B}_r$ זכר בכיוון הנטי.

אם U מכיל את שני המרחבים האלה, נקבע את הנזכר $\leftarrow$ תהיה.

$$f \in U(C_1, \dots, C_m; W_1, \dots, W_m) \in U_\infty \quad \text{נקח}$$

$$0 < \varepsilon_i = \min_{x \in C_i} \rho(x, Y \setminus W_i) \quad f \in U(C_i) \subset W_i \quad i=1, \dots, m$$

$$\varepsilon = \min_{i=1, \dots, m} \varepsilon_i \quad \text{מגדירים}$$

$$\mathcal{D}_{\varepsilon/2}(f) \subset U(\vec{C}, \vec{W}) \quad \text{סגורה}$$

$$g \in \mathcal{D}_f(\frac{\varepsilon}{2}) \subset X \quad \text{נקח}$$

$$g(x) \in \mathcal{D}_{f(x)}(\frac{\varepsilon}{2}) \subset Y \quad \text{נס}$$

$$\varepsilon/2 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_i$$

$$\varepsilon > 0, f \in \mathcal{D}_f(\varepsilon) \quad \text{בבדיקת שטירה: נקח כיסוי פתוח}$$

$$X = \bigcup_{x \in X} F^{-1}(\mathcal{D}_{f(x)}(\frac{\varepsilon}{2})) \quad \text{מקומפקטיות קיים תת כיסוי סופי}$$

$$X = \bigcup_{i=1}^n F^{-1}(\mathcal{D}_{f(x_i)}(\frac{\varepsilon}{2})) \quad \text{נבחר } C_i = F^{-1}(\mathcal{D}_{f(x_i)}(\frac{\varepsilon}{2}))$$

$$(i=1, \dots, m) \quad W_i = \mathcal{D}_{f(x_i)}(\frac{2\varepsilon}{3})$$

$$f \in U(C_1, \dots, C_m; W_1, \dots, W_m) \subset \mathcal{D}_f(\varepsilon) \quad \text{מכיל את ? בעצמו הבא.}$$

המשך הוכחה:

$$g \in \mathcal{U}(C_1, \dots, C_n; \omega_1, \dots, \omega_n) \\ \downarrow \\ g \in \mathcal{D}_f(\varepsilon)$$

$$? \quad \rho(g(x), f(x)) < \varepsilon \quad \text{מכאן,} \quad x \in X \quad \forall \delta$$

$$C_i \text{ מהצבת } N \rightarrow \rho(f(x), f(x_n)) \leq \frac{\varepsilon}{3} \quad \text{מכאן,} \quad i, \quad x \in C_i$$

$$g \in \mathcal{U}(\bar{C}, \bar{\omega}) \quad \text{מהצבת } N \quad \rho(g(x), f(x_n)) < \frac{2\varepsilon}{3} \quad \text{מכאן}$$

$$\rho(g(x), f(x)) < \frac{\varepsilon}{3} + \frac{2\varepsilon}{3} = \varepsilon \quad \text{כל } x \text{ וכל } N$$