

לפי תוצאה זו, θ הוא איסטרומורפיזם.

הוכחה: $M_g = A^T M_f A$ - כלומר, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ כאשר $A \in GL_2(\mathbb{R})$, $g = f \circ A$

נניח $\det M_g = \det M_f$ כל $\det A^2 = 1$ כל $\det M_g = \det A^2 \det M_f$

כאשר $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ כל $f(x, y) > 0$ כל f איננה שלילית

כלומר, $f(x, y) = ax^2 + by^2$ כל a, b

$$4af(x, y) = (2ax + by)^2 - D_f y^2$$

כל

$$RHS = 4a^2x^2 + 4abxy + b^2y^2 - D_f y^2 = 4a^2x^2 + 4abxy + 4acy^2$$

$$b^2 - D_f = 4ac$$

$D_f > 0 \Leftrightarrow (a, b) \text{ איננו } f$ כל $a > 0, D_f < 0 \Leftrightarrow f$ איננה שלילית

הוכחה: $(*)$ כל a, b

כל a, b איננו שלילית כל a, b איננו שלילית כל a, b איננו שלילית

כל a, b איננו שלילית כל a, b איננו שלילית כל a, b איננו שלילית

הוכחה: $(*)$ כל a, b

$$h(D) = \# \{ \text{proper equivalence classes of } \begin{matrix} \text{positive def forms, with } \text{disc}(f) = D \end{matrix} \}$$

$D \equiv 0, 1 \pmod{4}$ כל $D = b^2 - 4ac < 0$ כל a, b, c

כל a, b, c כל $D < 0, D \equiv 0, 1 \pmod{4}$ כל a, b, c

$$x^2 - \frac{D}{4} y^2, D \equiv 0 \pmod{4}$$

$$x^2 + xy + \frac{1-D}{4} y^2, D \equiv 1 \pmod{4}$$

כל a, b, c כל $D < 0, D \equiv 0, 1 \pmod{4}$ כל a, b, c

כל a, b, c כל $D < 0, D \equiv 0, 1 \pmod{4}$ כל a, b, c

כל a, b, c כל $D < 0, D \equiv 0, 1 \pmod{4}$ כל a, b, c

כל a, b, c כל $D < 0, D \equiv 0, 1 \pmod{4}$ כל a, b, c

כל a, b, c כל $D < 0, D \equiv 0, 1 \pmod{4}$ כל a, b, c

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm i\sqrt{|D|}}{2a} \in \mathbb{H}$$

כל a, b, c כל $D < 0, D \equiv 0, 1 \pmod{4}$ כל a, b, c

$$x_f = x_g \Leftrightarrow f = g$$

$$x_f \sim_{\sim} x_g \Leftrightarrow f \sim_{\sim} g$$

הצורה: $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ כלומר $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$ כלומר $\frac{1}{x^2} = x^{-2}$

$\therefore \tau_p = \tau_g$ $\therefore \rho_p = \rho_g$ $\therefore n_p = n_g$ (1)

$$z_f = \frac{-b + i\sqrt{101}}{2a}, \quad z_g = \frac{-b + i\sqrt{101}}{2a}$$

$$a = a' \iff \frac{\sqrt{|D|}}{2a} = \frac{\sqrt{|D|}}{2a'} \quad - \text{szg}$$

$$b = b' \Rightarrow \frac{b}{2a} = \frac{b'}{2a'}$$

- Also: sur $S_2(\mathbb{Z}) \ni A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$ wobei $\tau_g = A^{-1}(\tau_1) \neq \tau_1$, $g = f \circ A = l$ ②

$$0 = g(\gamma, 1) = f(\alpha\gamma + \beta - \delta\gamma + \sigma) = a(\alpha\gamma + \beta)^2 + b(\alpha\gamma + \beta)(\delta\gamma + \sigma) + c(\delta\gamma + \sigma)^2$$

$$= (r_g + j)^2 \left[a \left(\frac{\alpha r_g + \beta}{r_g + j} \right)^2 + b \left(\frac{\alpha r_g + \beta}{r_g + j} \right) + c \right] = (r_g + j)^2 f(\alpha r_g + \beta)$$

$$A_{\gamma} \in H \quad p \in \mathbb{P} \quad f(A_{\gamma}, 1) = 0 \iff (\gamma \cdot \gamma) \neq 0 \quad p \in I_{\gamma} \cap \mathbb{P}$$

□ הוכחה - נניח $\tau_g = A^{-1}(\tau_f) \Leftarrow A\tau_g = \tau_f$, אז

21- (Reduction Theory) מציבה את

מכיוון $f = 0$ ו $\text{disc}(f) \neq 0$ אז, Δ הוא מעגל $f = [a, b, c]$ מהצורה:

$$-1 \leq a \leq b \leq c \quad \text{if} \quad 0 \leq b \leq a \leq c - a!$$

$$z_p \in F' \Leftrightarrow \neg \exists N \exists N' \exists p : \exists \delta C$$

$$q_a \geq 1 \quad p > 3 \quad |T_p|^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - D}{4a^2} = \frac{c}{a} - |T_p|^2 \quad \text{למשך: } \text{הוכחה}$$

$\text{Re } \tau_f = \frac{1}{2\alpha} \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

משפט 5: תהי $P = \{a, b, c\}$ קבוצת n איברים. אז P היא פונקציה (אנטי-סמנטיקה) אם ורק אם P היא פונקציה (אנטי-סמנטיקה).

W3N13N ים'בה.

$\frac{1}{2} \times 8 = 4$ $\frac{1}{2} \times 2 = 1$ $\therefore$ $2 \times 1 = 2$ $\therefore$ $D = -4$ $p = 3$ $h(-4) = 1$ $\therefore$ $2017, 2018$

$x^2 + y^2$ ומה שיהיה נצח... קצת לנסות וייתכן שיש

א"כ, הרי? $\neg \exists x \exists y (x \neq y \wedge x \in A \wedge y \in A)$ כל $b^2 - 4ac = -4$ הרי Δ אינו ממשי ו $\{a, b, c\}$

$$4a^2 \leq 4ac = b^2 + 4$$

$$|W| = 4 \quad \text{z.B. } 1 \leq a = \frac{\sqrt{|D|}}{\sqrt{3}} \leftarrow \overset{a \in \mathbb{C}}{\frac{\sqrt{|D|}}{2}} = Z_m(r_p) \stackrel{!}{=} \frac{\sqrt{3}}{2} \leftarrow \tau_p \in \mathbb{F}$$

Wiederholung: $\sqrt{3} \rightarrow \dots \rightarrow (100) \cdot a=1 \Leftrightarrow 1 \leq a \leq \frac{\sqrt{4}}{3} \approx 0.66$ p f

$$b=0,1 \quad \Leftarrow \quad -1 < b \leq 1, \quad \text{für}$$

Proof. $b \equiv 0 \pmod{21}$, $21 \mid b$ or $b \equiv 0 \pmod{2} \Leftarrow b^2 \equiv 0 \pmod{4} \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{2}$

$\Pi_0 = 1$, $\Pi_1 = 1$ $\Rightarrow$ $C = \frac{b^2 - D}{9a} = \frac{4}{9} = 1$, $c = 1$ $\Rightarrow$ a, b, D

$$h(D) = 1 \iff D = \underbrace{-3, -4, -7, -11, \dots, -163}_{\substack{\text{13 terms} \\ \text{of } \sqrt{4D+3}}} \quad \text{class}$$

השערה: לרוב $h(D) = 1$ הן 163 , 4 , 3 ו- 1 .

"רעיון" של פתרון מסוים (כאשר $h(D) \rightarrow \infty$ כ- $D \rightarrow -\infty$)

היפוך-הנחת: $h(D) > 1$ אינו מתקיים עבור D מסוים.

למשל, $h(D) > 1$ עבור $D > 0$, קיים $C(\epsilon) > 0$.

לפי $C(\epsilon)$.

$h(D) = 1 \implies D \geq -163$ - H. Stark, Baker

למשל, $h(D) > 2019$ - $h(D) > 1$ - Ati Gross, Zagier - 1980