

א. הatcher : ספר הדגמה

תרגילים - אין חוברת העשה, (התרגילים הם קונס)

20/12 - שוסטין בחוץ.

תוכן:

(1) מקובל - מרחקים טופולוגיים. מרחקים טופולוגיים (CW-complexes)

(2) המאפיין

(3) $Top \Rightarrow \begin{matrix} Groups \\ Rings \\ Modules \\ Complexes \end{matrix}$
 $Ob = \{ \text{מרחקים טופולוגיים} \}$
 $Mor(X, Y)$

חבורה יסודית $Top \Rightarrow Gr$

(4) המאפיין, קוהומולוגיה, סינגולריות, זבואליות (Poincaré)

מרחקים טופולוגיים: זבואליות, פוליות, מרחקים טופולוגיים

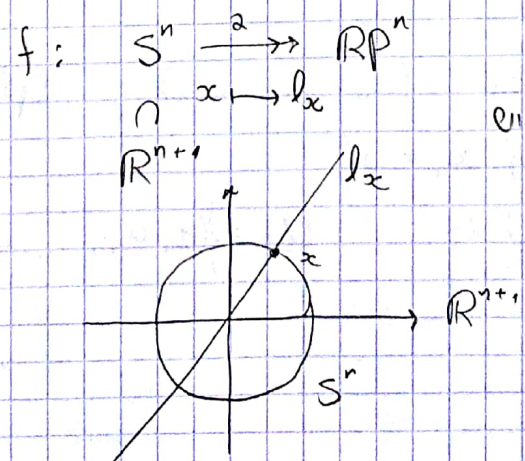
(1) R^n, C^n, D^n - כדור סגור $(r=1)$ $\{x_1^2 + \dots + x_n^2 \leq 1\} \subset R^n$
 B^n - כדור פתוח $\{x_1^2 + \dots + x_n^2 < 1\}$
 $S^{n-1} = \partial D^n = \{x_1^2 + \dots + x_n^2 = 1\}$ (המאפיין)

(2) $RP^n = \{ \ell \in R^{n+1} \mid \ell \neq 0 \}$ (ישרים העברים דרך המאפיין)

קואורדינטות פרויקטיביות $\neq 0$
 $p \in RP^n \rightarrow (x_0, x_1, \dots, x_n)$
 $(x'_0, \dots, x'_n) \sim (x_0, \dots, x_n)$

קיימת שקילות אם $\lambda \neq 0, \forall i \in n. x'_i = \lambda x_i$

בסוף העתקה:



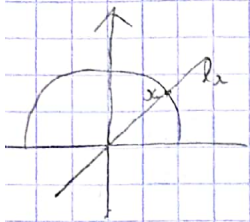
* העתקה זו היא על, היא אינה חתך אולם לכל איבר ב- RP^n יש בדיוק 2 מקורות.

* העתקה זו נקלטת ב- RP^n קומפקט.

$$\mathbb{R}P^0 = \{p\}, \quad S^0 = \{-1, 1\} \quad : \quad n=0 \quad \text{כאשר}$$

$$\mathbb{R}P^1 = \bigcirc \Leftarrow \begin{array}{c} y \quad \bigcirc \quad -y \\ \text{פריק "הדבקים" \\ אורט שאור הנקודות \\ האנטיפודליות} \end{array} \Leftarrow \begin{array}{c} S^1 = \bigcirc \\ \begin{array}{c} x \\ -x \\ -y \end{array} \\ \text{"הדבקים" אורט} \\ x, -x \end{array} \Leftarrow \quad : \quad n=1 \quad \text{כאשר}$$

$$\begin{array}{c} \bigcirc \\ \begin{array}{c} y \\ -y \end{array} \end{array} \Leftarrow \bigcirc \Leftarrow \begin{array}{c} \bigcirc \\ \begin{array}{c} x \\ -x \end{array} \end{array} \quad : \quad n=2 \quad \text{כאשר}$$



$$f: S^n \rightarrow \mathbb{R}P^n \quad \text{ישנה הדתקה טבעית נוספת:}$$

$$g: D^n \rightarrow \mathbb{R}P^n$$

תחילה גופים אורט D^n מחצי ספירה עליונה ואורט התחתונה איש טבעית (הדתקה כי היא חתך עז כי הקצוות).

$$\{l^{\mathbb{C}} \subseteq \mathbb{C}^{n+1}\} = \mathbb{C}P^n \quad (3)$$

סכום יש $l^{\mathbb{C}} \subseteq \mathbb{C}P^n$ אפשר עתהיים קואורדינטות פרויקטיביות:

$$\{(x_0: \dots: x_n)\}$$

$$\mathbb{C}P^0 = \{p\} \quad (\text{כל הנקודות היותם האורט שחודות})$$

$$\mathbb{C}P^1 = S^2 \quad (x_0: x_1)$$

$$\begin{array}{ccc} \Leftarrow & & \Downarrow \\ \text{אם } x_0 \neq 0 & & \text{אם } x_0 = 0 \\ x \in \mathbb{C} \times \mathbb{R}^2, (1: x) & & (0: x_1) = (0: 1) \end{array}$$

$$(C^{n+1} \cong \mathbb{R}^{2n+2}) \quad S^{2n+1} \rightarrow \mathbb{C}P^n$$

$$\begin{array}{ccc} \psi & & \\ x & \longmapsto & l_x \end{array}$$

אם $x \in S^{2n+1}$ (אורט אורט) הישר שמחבר אורט האורט, אורט

יש אורט האורט אורט הישר. ואכן הקורט של $l_x \in \mathbb{C}P^n$

הוא אורט אורט.

* נוסף אורט יש כי $\mathbb{C}P^n$ אורט קואורט.

(נחלק אורט $\mathbb{C}P^n$, $(x_0: \dots: x_n)$ אורטות:

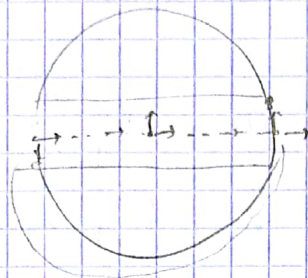
$$U_i = \{x_i \neq 0\}$$

$$\mathbb{C}P^n = \bigcup_{i=0}^n U_i, \quad U_0 = \{(1, y_1, \dots, y_n)\} \cong \mathbb{C}^n$$

דרך מקביל אור"נטציה - פאקטור גורם אשון אלם החרם השיק מקביל
 סיס $e_1, e_2, \dots$ וכלי האור"נטציה (אם הצטרענוסה של גטרצת הגלבר
 הוא $\mathbb{Z}$ האור"נטציה חוקית טום 1 - אור"נטציה שטעית).

(ב) $\mathbb{R}P^2$ - זורה ירילה אלו אור"נטציות:

האור"נטציה התחפכה
 כשהחטט צב,



$$D^2 \rightarrow \mathbb{R}P^2$$

$$\underbrace{\mathbb{R}P^2 \# \dots \# \mathbb{R}P^2}_g \leftarrow \text{גה חנה}$$

$\#$ אופר סטצטו הוכחה אליון הירעות הדו געדיות מספר של Massey, Stallings

$$\mathbb{C}P^\infty, \mathbb{R}P^\infty, D^\infty, S^\infty, \mathbb{C}^\infty, \mathbb{R}^\infty (G)$$

$$R^1 \subset R^2 \subset R^3 \subset \dots, \quad \mathbb{R}^\infty := \bigcup_{n=1}^\infty \mathbb{R}^n \quad (\text{הצורה: } (C))$$

$$x_1 \mapsto (x_1, 0) \\ (x_1, x_2) \mapsto (x_1, x_2, 0)$$

(כדור את האופוסטיה אלם $\mathbb{R}^n$:

$$U \subset \mathbb{R}^\infty \quad \text{פתוחה (סצורה)} \quad \text{אס"ס } \forall n \geq 1 \quad U \cap \mathbb{R}^n \subset \mathbb{R}^n \quad \text{פתוחה (סצורה)}$$

$\mathbb{R}^\infty$ הוא אלו הסצרות האונסופיות כן שהקיס אסוס הסצרה אונסופית

$$\mathbb{C}^\infty := \bigcup_{n=1}^\infty \mathbb{C}^n \quad \text{הצורה: כאופן זורה את}$$

$$\bigcup_{n=1}^\infty S^n = \{x_1^2 + \dots + x_n^2 = 1\} = S^\infty \subset \mathbb{R}^\infty \quad \text{הצורה:}$$

$$\bigcup_{n=1}^\infty \mathbb{R}P^n = \mathbb{R}P^\infty = \{l \subset \mathbb{R}^\infty\} \quad \text{הצורה:}$$

$$\bigcup_{n=1}^\infty \mathbb{C}P^n = \mathbb{C}P^\infty = \{l_c \subset \mathbb{C}^\infty\} \quad \text{הצורה:}$$

צרכים פיננסיים

(1) סדרת אינדיקסים : $X = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n$, $X = \bigcup_{n=1}^{\infty} X_n$ חשבה שבו תורה

קטוצה ביטה, ביטוי

$U \subset X$ קבוצה פתוחה (סלורה) $U \cap X_n \subset X_n$ פתוחה (סלורה)

ଉତ୍ତର (b)

$$I = [0, 1], \quad \text{Cyl}(X) = X \times I \quad \text{d'de : } \eta \text{ d'de } B$$

27) a (c)

1. $\text{Cyl}(X) / \sim = \text{Con}(X) = A$ $\forall x, x' \in X$ $(x, y) \sim (x', y) \iff x = x'$

$$Cyl(X) / \begin{matrix} (x, 1) \sim (x', 1) \\ (y, 0) \sim (y', 0) \end{matrix} = S(X) = \text{Suspension}$$

(3) הדפסתה לאורך השתקה : X, Y ($\perp \rightarrow$ בלתי אומוד בר)

$$f: U \rightarrow Y$$

$$X \perp_f Y = X \perp Y / x \in A \sim f(x) \sim y$$

סדרה מה, אם (רצה) שנקות הסדרה λ - רצפה

$\mathbb{Z} \quad - \delta \quad X \equiv f \quad Y$

$$X \perp\!\!\!\perp Y$$

אין איסר ערנות' הענקות:

$$\begin{array}{ccc} g \downarrow & & \\ \mathbb{Z} & \xleftarrow{g_1} & X \supset A \ni x \\ & \xleftarrow{g_2} & Y \end{array}$$

$$\forall x \in A, \quad g_1(x) = g_2(f(x)) \quad \text{+ יחס הרכבה}$$

וכן (קראו חזרתו) וצ"ל

(ה) הסתקות :

[illegible]

$$C(X, Y) = \{f: X \rightarrow Y\}$$

זוהי סופרמטיזם קונסטרוקטיוני פוטח

חשבון:

(ניח ש- X, Y מרחבי הטופולוגיה, קומפקטיות מקומית (כל נקודה

קיימת סביבה עם סגור קומפקטי) ו- Z כלשהי.

$$C(X, C(Y, Z)) = C(X \times Y, Z) \quad \text{איזו:}$$

$$x \mapsto f_x(y) \quad f(x, y)$$

מרחב גנרלי:

(X, x_0) - מרחב סופסוף ונקודה מסוימת בתוכו.

כל הפעולות שהעברנו לפני כן עבור מרחבי טופולוגיה למרחב גנרלי:

$$f: (X, x_0) \rightarrow (Y, y_0)$$

$$f(x_0) = y_0$$

$$(X, x_0) \times (Y, y_0) = (X \times Y, (x_0, y_0))$$

עם זאת יש בעיה נוספת. דוגמה:

$$S(X, x_0) \rightarrow X \times I \rightarrow \diamond_{(x_0, t)} \rightarrow S(X) / \sim_{(x_0, t) \sim (x_0, t')} \tilde{x}_0$$

$$C((X, x_0), (Y, y_0))$$

$$f_0: X \rightarrow Y$$

$$A \subset X$$

בז: (X, A) מרחב סופסוף ונתן מרחב Y (מרחב גנרלי הוא מקומי)

$$f: (X, A) \rightarrow (Y, B)$$

$$f|_A: A \rightarrow B$$

שלישייה: (X, A, B)

שלישייה מסודרת: (X, A, B) $X \supset A \supset B$