

3 ניצח

G.ATCG:

$\text{disc}(f) < 0 \iff \exists x, y \in \mathbb{Z} \text{ s.t. } f(x, y) = 0$ (no), $a, b, c \in \mathbb{Z}$

2. $g(x, y) = f(ax + by, cx + dy) - \mu \cdot \left(\frac{1}{32} |a| |b| - |f(y)| \right) \cdot f \sim g$ - 0. $\mu = 1$
 $\cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbb{Z})$

10. $\log_{13} 117$ חישובי דיסקרטיות: $\text{disc}(f) = \text{disc}(g) \leftarrow f \cdot g - 0$ חישובי

(הכנה) ו' ע"פ D של $\{f_k\}$, $D \in q_1(\text{max})$ "ש", $D = \text{disc}$ את ש' נצטרך.

(הכנה) ו' ע"פ r''

② ע'י רצון שיהיו ממוזגים כל המילים על קצה העמוד. $\text{dis}(p) = 0$

② $-a < b \leq a < c$, $\text{מבין } a \text{ ו-} b$, a הוא הגדול יותר

$$. a \leq b \leq a = c$$

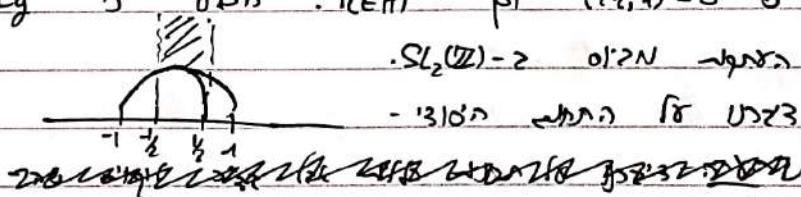
נסתק בזה הזמן - פנימי' א' - $gcd(a,b,c)=1$. נניח כי

פונקציה γ_f , $f = [a, b, c] \mapsto \gamma_f = \frac{-b + \sqrt{D'}}{2a} \in H$ - נקרא

for $t_p \sim t_g \Leftrightarrow p \sim g$ in U^{top} . $\pi \in H$ p) $P(\pi, 1) = 0 - e$

$SL_2(\mathbb{Z}) - 2$ $0.2N$ $\sim 1.8N$

3325 סף התחלה ה'ס"א -



10 תמצית

הקשר לאיתחול על ידי החלפת המילים ב'א' ו'ב' על

'ה' $d < 0$ שלם ומס γ ריבועי'ם. ניקח -

$$K := \mathbb{Q}(\sqrt{d}) = \text{Span}_{\mathbb{Q}} \{1, \sqrt{d}\}$$

2031. (d) $R = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \right)$, $\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \right)$ is the derivative of $\frac{d}{dt}$ with respect to t .

$$\Gamma_K: \mathbb{Q} = 2 - \epsilon$$

• $\gamma = \sqrt{-1}$, $(Q(i))$ "הכלל הריבועי" של $\mathbb{Z}$ ב- $\mathbb{Z}[i]$, $j = -1$ ו- $\mathbb{Z}[i]$ הוא

211 105 - 73210 $\mathcal{O}_K := \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$, K is a field

(גלויה, $\odot$ ספר חסד וחסד וחסד).

דוגמה: סוגיה ב' החמה $K = \mathbb{Q}(\sqrt{d})$ — כיבד' d חסר ריבוע

$$\mathcal{O}_K = \mathbb{Z}[\omega_K] = \mathbb{Z} + \omega_K \mathbb{Z}$$

- 7040

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + x + \frac{1-d}{4}, d \equiv 1 \pmod{4} \\ x^2 - \frac{d}{4}, d \equiv 0, d \not\equiv 1 \pmod{4} \end{array} \right. - \text{se okre} - w_k = \begin{cases} \sqrt{d}, & d \not\equiv 1 \pmod{4} \\ \frac{1+\sqrt{d}}{2}, & d \equiv 1 \pmod{4} \end{cases}$$

$\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{3})} = \mathbb{Z} \left[\frac{1+\sqrt{3}}{2} \right] = \mathbb{Z} \left[-\frac{1+\sqrt{3}}{2} \right]$ כי $d = -3$, $\mathcal{O}_{\mathbb{Q}(\sqrt{d})} = \mathbb{Z}[\omega]$ $\Leftarrow d \equiv 1 \pmod{4}$, אחרת
 חוץ מהמקרה של איזומורפיזם בין $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ ו- $\mathbb{Q}(\sqrt{-d})$.
 ההצגה: הצגת איזומורפיזם בין המרחב $K = \mathbb{Q}(\sqrt{d})$ ו- $\mathbb{Q}$ היא:

$$D_K = \begin{cases} 4d, & d \not\equiv 1 \pmod{4} \\ d, & d \equiv 1 \pmod{4} \end{cases}$$

ההצגה: הצגת איזומורפיזם (fundamental discriminant) היא הצגת איזומורפיזם:

$$D = \begin{cases} 4d, & d \not\equiv 1 \pmod{4} \\ d, & d \equiv 1 \pmod{4} \end{cases}$$

על ההצגה: כיזום:

עקרו: $d < 0$ חסר כיזום.

ב- $\mathcal{O}_K$ - שהיא חוג - יש איזומורפיזם $I \rightarrow \mathcal{O}_K$, $I \neq 0$ ו- $I \subseteq \mathcal{O}_K \subseteq \mathbb{C}$.
 הול $\mathbb{Z}$ - אומה, ישנם $\alpha, \beta \in I$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $\beta \neq 0$, $I = \mathbb{Z}\alpha + \mathbb{Z}\beta$.
 אם $\mathcal{O}_K \neq I \neq 0$ אז $\# \mathcal{O}_K / I < \infty$ ו- $\# \mathcal{O}_K / I = N(I)$.
 הצגה: הצגת איזומורפיזם $I = \mathcal{O}_K \cdot \alpha$, $\alpha \in \mathcal{O}_K$, $\alpha \neq 0$, נבחרים.

$$N(I) = \text{Norm}_{K/\mathbb{Q}}(\alpha) = \alpha \cdot \bar{\alpha} = |\alpha|^2$$

אולם ב- $\mathcal{O}_K = \mathbb{Z}[\omega]$, $K = \mathbb{Q}(\sqrt{d})$, ו- $d = m^2 + n^2$ נבחרים $\alpha = m + ni$, $N(\mathcal{O}_K) = m^2 + n^2$.
 ההצגה: הצגת איזומורפיזם I היא הצגת איזומורפיזם $I = \langle \alpha, \beta \rangle = \mathbb{Z}\alpha + \mathbb{Z}\beta$,
 כך $\frac{\alpha\bar{\beta} - \bar{\alpha}\beta}{2i} > 0$.

הדרך: למצוא α, β הצגת איזומורפיזם I ו- α, β הם בלתי תלויים.

בהינתן $I = \langle \alpha, \beta \rangle$ הם הצגת איזומורפיזם I ו- α, β הם בלתי תלויים.

$$Q_{\langle \alpha, \beta \rangle}(x, y) = \frac{N(\alpha x + \beta y)}{N(I)}$$

הצגה: הצגת איזומורפיזם I ו- α, β הם בלתי תלויים.

משפט: (2) ההצגה I היא הצגת איזומורפיזם I ו- α, β הם בלתי תלויים.

(3) אם $\alpha, \beta \in \mathcal{O}_K$ ו- α, β הם בלתי תלויים, אז $I = \langle \alpha, \beta \rangle$ היא הצגת איזומורפיזם.

ההצגה: הצגת איזומורפיזם I ו- α, β הם בלתי תלויים.

ההצגה: הצגת איזומורפיזם I, J ו- $I \cap J \neq 0$, אז $I, J \subseteq \mathcal{O}_K$, הם בלתי תלויים.
 נשני: $I \cap J = J \cdot (\alpha)$, $\alpha \in \mathcal{O}_K$, $\alpha \neq 0$.

$$\alpha v(1) = Q_v \text{ של } \alpha$$

משפט: איברים בעלי סדר קטן (למשל 1) הם הפיכים.

הכללה: $\alpha \in R$ הפיך $\Leftrightarrow \alpha v(1) = Q_v$ של α

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{הכללה: } \alpha \in R \text{ הפיך} \\ \Leftrightarrow \alpha v(1) = Q_v \text{ של } \alpha \end{array} \right\} \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{הכללה: } \alpha \in R \text{ הפיך} \\ \Leftrightarrow \alpha v(1) = Q_v \text{ של } \alpha \end{array} \right\}$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$\alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$Q_{\langle 1, \omega \rangle}(x, y) = \frac{N(x \cdot 1 + y \cdot \omega)}{N(1)} = \frac{(x + y\omega)(x + y\bar{\omega})}{1} =$$

$$= x^2 + (x + y\omega)(x + y\bar{\omega}) + \omega\bar{\omega}y^2 = x^2 + \text{tr}(\omega)xy + \text{Norm}(\omega)y^2$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$Q_{\langle 1, \omega \rangle}(x, y) = x^2 - \frac{D}{4}y^2$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$Q_{\langle 1, \omega \rangle}(x, y) = x^2 + xy + \frac{1-D}{4}y^2$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

$$\text{משפט: } \alpha \in R \text{ הפיך} \Leftrightarrow h(\alpha) = 1 \text{ של } \alpha$$

הצגה: זהו תחום פרימיטיבי

$$K = \mathbb{Q}(\sqrt{-6}), \quad \mathcal{O}_K = \mathbb{Z}[\sqrt{-6}]$$

פרימיטיב - $\alpha = \beta \cdot \gamma$ כאשר β, γ אינם פרימיטיביים ב- $\mathcal{O}_K$. וזה

ב-2

$$-6 = (\sqrt{-6})^2 = -2 \cdot 3$$

חיסול: $N(\alpha) = 1 \Leftrightarrow \alpha$ היחידה. $\mathbb{Z}[\sqrt{-6}]^\times = \{ \pm 1 \}$ כי $N(\alpha) = 1$ אם ורק אם $\alpha = \pm 1$.

$\alpha = m + n\sqrt{-6}$, $N(\alpha) = m^2 + 6n^2 = 1$ $\Leftrightarrow m = \pm 1, n = 0$.

כמו כן, $2, 3, \sqrt{-6}$ אינם פרימיטיביים ב- $\mathcal{O}_K$ והם אינם נחלקים זה לזה.

(הערה: ב- $\mathcal{O}_K$ יש 2 אידיאלים פרימיטיביים: (2) ו- (3)).

נניח - $2 = \alpha \cdot \beta$, $\alpha, \beta \in \mathcal{O}_K$. אז $N(2) = N(\alpha)N(\beta) \Rightarrow 4 = N(\alpha)N(\beta)$.

$$4 = N(2) = N(\alpha)N(\beta)$$

$N(\alpha), N(\beta) \in \mathbb{Z}$. מכאן $N(\alpha) = 2, N(\beta) = 2$ או $N(\alpha) = 4, N(\beta) = 1$.
אם $N(\alpha) = 4$, אז $\alpha = \pm 2$ או $\alpha = \pm 2\sqrt{-6}$.
אם $N(\alpha) = 2$, אז $\alpha = m + n\sqrt{-6}$ ו- $m^2 + 6n^2 = 2$.
אם $n \neq 0$, אז $6n^2 \leq 2 \Rightarrow n^2 \leq 1/3$, כלומר $n = 0$.
אם $n = 0$, אז $m^2 = 2$, כלומר $m = \pm\sqrt{2}$, אבל $m \in \mathbb{Z}$, לכן אין פתרון.

לכן $\alpha = \pm 2$ או $\alpha = \pm 2\sqrt{-6}$. נניח $\alpha = 2$, אז $2 = 2\beta \Rightarrow \beta = 1$.
נניח $\alpha = 2\sqrt{-6}$, אז $2 = 2\sqrt{-6}\beta \Rightarrow \beta = 1/\sqrt{-6}$, אבל $\beta \in \mathcal{O}_K$, לכן אין פתרון.

לכן 2 אינו פרימיטיבי ב- $\mathcal{O}_K$.
נניח $3 = \alpha \cdot \beta$, $\alpha, \beta \in \mathcal{O}_K$. אז $N(3) = N(\alpha)N(\beta) \Rightarrow 9 = N(\alpha)N(\beta)$.

אם $N(\alpha) = 9$, אז $\alpha = \pm 3$ או $\alpha = \pm 3\sqrt{-6}$.
אם $N(\alpha) = 3$, אז $\alpha = m + n\sqrt{-6}$ ו- $m^2 + 6n^2 = 3$.
אם $n \neq 0$, אז $6n^2 \leq 3 \Rightarrow n^2 \leq 1/2$, כלומר $n = 0$.
אם $n = 0$, אז $m^2 = 3$, כלומר $m = \pm\sqrt{3}$, אבל $m \in \mathbb{Z}$, לכן אין פתרון.

לכן 3 אינו פרימיטיבי ב- $\mathcal{O}_K$.
נניח $\sqrt{-6} = \alpha \cdot \beta$, $\alpha, \beta \in \mathcal{O}_K$. אז $N(\sqrt{-6}) = N(\alpha)N(\beta) \Rightarrow 6 = N(\alpha)N(\beta)$.

אם $N(\alpha) = 6$, אז $\alpha = m + n\sqrt{-6}$ ו- $m^2 + 6n^2 = 6$.
אם $n \neq 0$, אז $6n^2 \leq 6 \Rightarrow n^2 \leq 1$, כלומר $n = \pm 1$.
אם $n = 1$, אז $m^2 + 6 = 6 \Rightarrow m = 0$.
אם $n = -1$, אז $m^2 + 6 = 6 \Rightarrow m = 0$.
לכן $\alpha = \pm\sqrt{-6}$.
אם $N(\alpha) = 1$, אז $\alpha = \pm 1$.
לכן $\sqrt{-6}$ אינו פרימיטיבי ב- $\mathcal{O}_K$.

לכן $\mathcal{O}_K$ אינו פרימיטיבי.

הערה: תחום פרימיטיבי הוא תחום שבו כל איבר אינו פרימיטיבי.

הצגה: $f = [a, b, c]$, $b^2 - 4ac = D_K$.
אם $b^2 - 4ac = D_K$, אז f היא פולינום מונומיאלי.

אם $b^2 - 4ac \neq D_K$, אז f אינה פולינום מונומיאלי.

$$Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) = [a, b, c]$$

הערה: אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

אם $a, b, c \in \mathbb{Z}$, אז $Q(a, \frac{b-\sqrt{D_K}}{2}, (x, y)) \in \mathbb{Z}[\sqrt{D_K}]$.

(הערה: זהו תחום פרימיטיבי)

[illegible]

3. (13)

[illegible]

2. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (27th Nov)

(Name & ID No.)

$L_f = \mathbb{Z}^2$ (in $\mathbb{R}^2$)

$$\{u; f(u) - f(0)\} \geq L_f$$

סוף דבר $\rho(z; L)$ על ולידוס

$$\mathcal{P}(z, L) := \frac{1}{z^2} + \sum_{0 \neq w \in L} \left(\frac{1}{(z-w)^2} - \frac{1}{w^2} \right)$$
[illegible]
$$f_k(z) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{1}{(z - \omega)^k}, \quad k \geq 2 \text{ - } \text{pole} \text{ at } \omega$$

$$f_k(z + \omega_0) = \sum_{\omega \in L} \frac{1}{(z - \omega + \omega_0)^k} = \sum_{\omega' \in L} \frac{1}{(z - \omega')^k} = f_k(z)$$

תבונה נ"ל בן 37

1. 2017 4. 2017 6. 2017 (Liauvillc) : 2017

(11) 15 (2) $\mathcal{A}(F) = \frac{\partial \mathcal{O} \mathcal{N}}{\partial \mathcal{G}_2} = \frac{\partial \mathcal{O} \mathcal{N}}{\partial \mathcal{G}_2} = \# \{ z \in D \mid f(z) = a \}$

2.2.2. $\delta(p) \geq 1 - \frac{1}{p}$

5. $D \rightarrow Q_{22}$ 'נ' $\geq GIP$ $f-f.e$, $\delta(f)=1$ ו הכול

$$\alpha = \text{ord}_p(\zeta_n) = 6 \quad \text{für } p=11, \text{ also } (26, 26)_2 \Rightarrow \text{Res}_p(f) \neq 0$$

D. $\frac{1}{2} \times 10^2 = 50$.

Answer: 9. Approx. 75, 5000. A negative bias. It is not a very good fit.

[illegible]

$$c = 56.437$$

Answer: $\frac{1}{2}$ only

1. A

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1$$

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{3}$ 3. $\frac{1}{4}$ 4. $\frac{1}{5}$ 5. $\frac{1}{6}$

1. $\frac{1}{2}$ of the whole is $\frac{1}{2}$ of the whole.

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m \frac{d}{dt} (v^2)$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0 \quad \Rightarrow \quad a_1 = -a_2 - \dots - a_n$$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

[illegible]

9. 21. 06. 2017

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

skan: 1156 bilim. epist. + 6210 spm.

Mar 1 1900. In 1900, the population was 100.

$$d_1 = 1.00 \text{ cm} \quad s = 0 \quad = 1.00 \text{ cm} \quad s = 0 \quad (1.00 \text{ cm})$$

$$2. \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

17-5
