

30/4/2017

הרצאה #5

תזכורת:

משפט השלמות:

$$\Gamma \models A \quad \text{אם} \quad \Gamma \vdash_{HPC} A$$

משפט הקומפקטיות:

- (א) אם $\Gamma \models A$ אזי יש תת קבוצה סופית $\Delta \subseteq \Gamma$ כך ש- $\Delta \models A$
- (ב) אם כל תת קבוצה סופית של Γ ספוקה אז Γ ספוקה.

משפט Debrnlin Erdos

אם לכל תת גרף סופי של גרף אינסופי G ניתן מצביד K -צביד אזי G ניתן מצביד K -צביד.

נוכח לדבר $K=5$:

רעיון:

(ברין אם גרף ניתן מצביד $K=5$ צבידים קתחשים הסוקים).

צבידה:

משתנים: $p_{v_1}, \dots, p_{v_5}$ לכל צומת $v \in V_G$

לכל צומת v :

$$\Gamma_G^{nodes} \begin{cases} p_{v_1} \vee p_{v_2} \vee p_{v_3} \vee p_{v_4} \vee p_{v_5} \\ p_{v_1} \rightarrow (\neg p_{v_2} \wedge \neg p_{v_3} \wedge \neg p_{v_4} \wedge \neg p_{v_5}) \\ p_{v_2} \rightarrow (\neg p_{v_1} \wedge \neg p_{v_3} \wedge \neg p_{v_4} \wedge \neg p_{v_5}) \\ \vdots \end{cases}$$

עיון C צבידה של G , $C: V_G \rightarrow \{1, \dots, 5\}$

$$p_{v_i} = \begin{cases} \text{True} & \text{אם הצומת } v_i \text{ צבד} \\ \text{False} & \text{אחרת} \end{cases}$$

(בה קצבם התחום של האמה $p_{v_i} = T$ או $p_{v_i} = f$)

עיון ספוקה f שהספרת את Γ_G^{nodes} . (עדיד צבידה C_p של

$$f(p_{v_i}) = \text{True} \iff C_p(v) = i$$

מצבה: C_p צבידה

נכחן בצורה חזקה:

כל קשת uv ב- G :

$$\prod_G^{edges} \begin{cases} p_{u,1} \rightarrow p_{v,1} \\ \vdots \\ p_{u,5} \rightarrow p_{v,5} \end{cases}$$

דמיה:

$\prod_G^{nodes} \cup \prod_G^{edges}$ ספיק אס"ס G ניתן בצורה ב-5 צבא

ואם G ניתן בצורה ב-5 צבא אז $\prod_G^{edges} \cup \prod_G^{nodes}$ ספיקה.

ספי קומפליטיות $\prod_G^{edges} \cup \prod_G^{nodes}$ ספיקה אס"ס כל תת קבוצה

סופית Δ כ $\prod_G^{edges} \cup \prod_G^{nodes}$ ספיקה תהי Δ תת קבוצה סופית.

נצייר: $Vertices(\Delta) = \{v \mid v \text{ מופיע ב-}\Delta\}$

נסתכל על תת הגרף G_Δ $Vertices(\Delta)$ על G_Δ .

G_Δ סופי ולכן ניתן בצורה ב-5 צבא ולכן Δ ספיקה וסימננו.

4.1 גיקה - מסדר ראשון - תורת הפרדיקטים

(1) נמצא שפת עזימה מסדר ראשון

(2) סמנטיקה של עזימה מסדר ראשון

- קבוצת אינסופיות
 - פונקציות על קבוצות
 - יחסים על קבוצות
- עלם סמנטי: עזיר

- נוסחה ספיקה, יחס נכונה $\models A$, (בתת הסקור)

יש אלטרנטיבה עדיפה האם פסוק הוא טאוטולוגיה, עזיר טאוט

עזיר עזימה מסדר ראשון אין אלטרנטיבה כ"פ.

- תחשיב העבר μ עזיר עזימה מסדר ראשון

- נוכח את העט השמאל: $\models A$ אם $\models A$

אנליזה של טענות בשפה הרגועית

1. כל קן אדם הוא קן תמותה

ק סוקרטס הוא קן אדם וכן הוא קן תמותה

2. כל גסס שאינו אדם הוא עוקב של גסס אחר

3. כל סטודנט שלמד גזל החמש חייב עלמוד גם בחי (וסף שאינו תואר

נשיא גם שלא ניתן להציל את הפסוקים הללו סקלות בתורת הפסוקים

מה מופלד מהפסוקים:

שמות בצד: סוקרטס, תואר, אדם

יחסים: קן אדם, קן תמותה, שוויון

שמות פונקציות: עוקב

$\forall x. \text{BenAdam}(x) \rightarrow \text{BarTmura}(x)$

1.1

$\forall x. (\text{Mispar}(x) \wedge (x = 0) \rightarrow$

2

$\exists y. \text{Mispar}(y) \wedge x = \text{succ}(y))$

$\forall x. \text{student}(x) \wedge \text{lomed}(cs, x) \rightarrow$

3

$\exists y. \text{Mug}(y) \wedge \text{lomed}(y, x) \wedge \neg y = \text{mecl}$

היפוך:

$\sum$ - אוסף של קבוצות, סימני פונקציה וסימני יחס

ככל סימן פונקציה יש את המופלד של כמה ארגומנטים יש את

מציקה מסדר ראשון מעל מילון $\sum$ מלפאבות $\sum$

סימנים השונים כלל המצייקות (כלל תלוי ק - $\sum$)

(א) קשרים: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

(ב) כמתים: $\forall, \exists$

(ג) סימני סדר: $(,), ', ,$

(3) השתמש: $x_1, x_2, \dots$

שמות פז, (נוסחאות)

הצגה:

שמות פז הם $\sum$

(א) כל משתנה הוא שם פז

(ב) כל קבוצה $\sum$ היא שם פז

(ג) אם f היא פונקציה k מקומית ו- $t_1, \dots, t_k$ שמות פז הם אז $\sum f(t_1, \dots, t_k)$ אינו שם פז.

(ד) אם f הוא שם פז והוא הקבוצה הקטנה ביותר המקיימת את א-ג.

נוסחאות:

$$R(,) \quad \sum : \vec{a}, \vec{b} \quad f(,), g(,)$$

- $f(a)$ כן ש"ע

- $g(a)$ לא ש"ע

- $g(a, x_3)$ כן ש"ע

- $g(b, b)$ כן ש"ע

- $g(f(x_2), a)$ כן ש"ע

- $R(, x_3)$ לא ש"ע

עקרון אינדוקציה מבנית על שמות עצם:

כדי להראות שכל שם פז הוא $\sum$ מקיים תכונה P מספיק להראות:

בסיס: (א) כל קבוצה יש תכונה P

(ב) כל משתנה יש תכונה P

צעד: עבור כל סימן פונקציה f כל הפער:

אם f הוא חצו מקומית צ"ל: אם t יש את התכונה P

אז $f(t)$ יש תכונה P ובנוסף עבור כל פונקציה k מקומית

הצגה (נוסחה מקומית):

אם R יש k מקומית ו- $t_1, \dots, t_k$ שמות פז, אינו

נוסחה מקומית $R(t_1, \dots, t_k)$

נוסחאות:

(א) כל נוסחא אטומית היא נוסחה

(ב) אם A, B נוסחאות אטומיות אז $(A \circ B)$ ו- $\neg A$ נוסחאות $\{ \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow \}$

(ג) אם A נוסחה ו- x משתנה אטומי:

$\forall x. A$, $\exists x. A$ נוסחאות.

(3) אולם הנוסחאות האלו הקדומה הקטנה ביותר (בנות) המקיפה את-ע.

דוגמאות: $f(R(a, a))$ - לא נוסחה

$R(a, b)$ - כן נוסחה

$R(g(x_3, x_3), f(x_3))$ - כן נוסחה

$p(x_3) \rightarrow p(f(a))$ - כן נוסחה (כאשר p יחס)

עקרון אינדוקציה על נוסחאות:

כדי להראות שכל נוסחה יש תכונה P מספיק להראות:

בסיס: שכל נוסחה אטומית יש את התכונה.

צעד 3: אם A, B נוסחאות בעלות התכונה P אז גם $(A \circ B)$

$(A \circ B)$ $\{ \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow \}$, $\neg A$, $\forall x. A$, $\exists x. A$ יש את התכונה P .

תהליך של השתעוץ:

הדרך של: $5+4$: 9

תלוי ב- y : $y+3$

לא תלוי ב- y : $\int y^2 dy$

תלוי ב- x : $\frac{1}{2}x = \int xy dy$

תלוי ב- y : $y^2 = y$

לא תלוי ב- y : $\forall y (y^2 = y)$

לא תלוי ב- x : $\forall x \frac{1}{2}x = \int xy dy$

לא תלוי ב- y : $\frac{7}{2} = \int 7y dy$; אם $x=7$

אם $x=z^2+3$:

תלוי ב- z : $\frac{z^2+3}{2} = \int (z^2+3)y dy$

אם $x=y$: $\frac{1}{2}y = \int y \cdot y dy$ תלוי ב- y

תכונות של אמתיות:

$\neg \forall x. A(x) \equiv \exists x. \neg A(x)$ אפסר להטות: $A(z)$ אמת: $\exists y. (z+3 \neq y)$
 $\forall x. (\exists y. y \neq x)$ אמת: $\exists y. y \neq z$ אמת: $\exists y. y \neq y$
 $\exists y. (z+3 = y)$ נכון: $z+3 = y$

האפסר של כל אמתות:

- חופשי (free)
- קשור (bounded)
- קושר (binding)

הערה:

אפסר חופשי / קשור / קושר של אמתות:

- (א) בעזרת אמתות כל האפסר חופשי
- (ב) קשרים בולטות לא אמתות סגור אמת של A.

(ג) כמות: $\forall x. A$ (קושר או חופשי)
 שאל של נוסחה: קושר.

(א) אפסר אמתות קשור שמים נקודה • אפסר שומרים אמת קצת

(ב) אמתות שמת של קשרים ובעזרת חל אמתות:

$$\forall x. (p(x) \wedge q(x, y) \wedge \exists y. p(y))$$

$$\forall x. (p(x) \wedge q(x, y) \wedge \exists y. p(y))$$

הערה:

נוסחאות A, B שמתות של אמת A ו-B יש קצות אות
 אות השאל.

טענה:

אפסר נוסחה A יש נוסחה B, שקולות של אמת A ו-B שמת
 האמתות הקושרים יש שמת שומרים ושמות אמת שומרים אמתות של
 האמתות החופשיים.

