

19/3/2017

לימודי המחשב

מהלכות:

שם המרצה: אלכסנדר רבינוביץ, RabinoA@post.tau.ac.il

שם התלמיד: יותם דביר: yotamdvir@mail.tau.ac.il

שעת קבלה: ארצה: יום ראשון 13^ט-12^ט, ארבע: יום שני 12^ט

העשרות: חובת העשה 80% . ציון סופי: 20% תבליט, 80% מבחן.

הרצאה #1

הטבת הצביקה:

הסקת מסקנות נכונות.

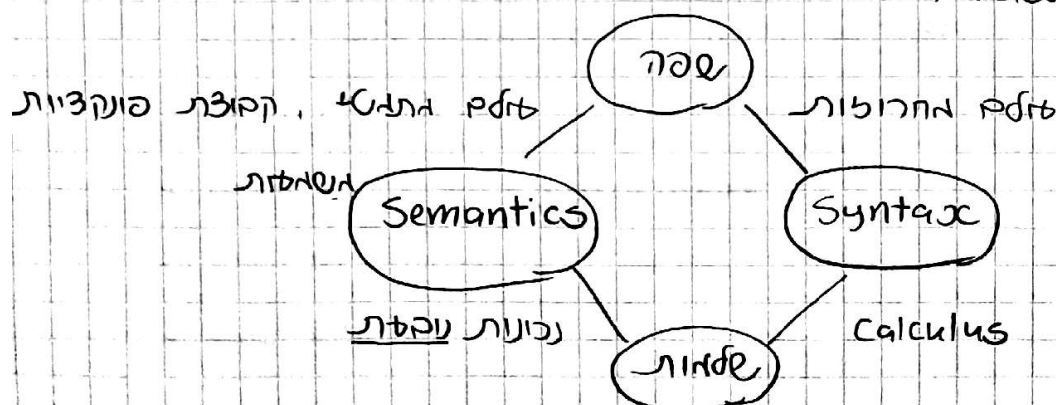
אוריסטו הוא בן אנוש	(1)	$\left. \begin{array}{l} \text{איותה} \\ \text{צורה} \end{array} \right\}$	X	הוא חמור
כל בן אנוש הוא בן תמותה	(2)		כל	חמור הוא צחוק
כל בן (3) אוריסטו הוא בן תמותה			כל	X צחוק

שימושים של צביקה במתמטיקה:

- (1) הצגת טבלות
- (2) Calculus, תחשיב
- (3) הקצוץ המתמטי
- (4) שימושים של צביקה בהקצוץ אחרים.

צביקה למדלי המחשב:

- (1) קיסוס עצמות אפיון
- (2) שפות שאיננות קיסוסי נתונים
- (3) אימות תכניות / חומרה
- (4) האינטליגנציה המאובתות.



אבנה הקורס:

(1) שפת תחשיב הפסוקים (3' קורסים)

(2) שפת לוגיקה מסדר ראשון, תחשיב יחסים.

קשרים לוגיים בשפות טבעיות

(1) היום יום ראשון

(2) אני אוהב דג גלוח

היום יום ראשון (1) אני אוהב דג גלוח

השם (1): אם שתי הטענות נכונות גם הטענה האורכבת נכונה

השם (אנ): היום יום ראשון, אני אוהב דג גלוח

משפחות:

(א) הטענה האורכבת נכונה אם לפחות אחד מהרכיבים נכון

(ב) אם בדיוק אחד מהרכיבים נכון.

שליטה

(1) יורד אשם ← לא יורד אשם

(2) הלך אורח ← הלך לא אורח

(3) יש לי כסף ← אין לי כסף

השם אם ... לה ...:

(1) אפתח חלון

(2) ננשום אוויר צח

אם נפתח חלון אז ננשום אוויר צח

אם $\wedge$ שווה $\leftrightarrow$ אם אבי גבוהות תיסל

השם אם

אפתח את החלון אם ננשום אוויר צח.

אזכור

(1) משתנים $P_1, P_2, P_3, \dots$

(2) קשרים $\wedge, \vee, \neg, \leftrightarrow, \rightarrow$

(3) סימני לוגיקה $(,)$

טכאות

הסדרה:

קבוצת נוסחאות ליה אולם החזקות האלמנטריות של תחשיב הפסוקים והסן ביותר שמקיים את התכונות הבאות:

(1) כל השתנה הוא נוסחה

(2) אם φ, ψ נוסחאות אז:

$$(\ast) \quad (\varphi \rightarrow \psi), (\varphi \wedge \psi), (\varphi \vee \psi), (\neg \varphi), (\exists x \varphi), (\forall x \varphi)$$

דוגמאות לנוסחאות:

$$\begin{aligned} & (p_1 \rightarrow p_2) \vee (p_1 \rightarrow p_3) \vee (p_1 \rightarrow p_4) \\ & \neg p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4 \end{aligned}$$

הוכחה באינדוקציה:

כדי להראות שכל המסר סגור יש תכונה P המספיק להראות:

(א) בסיס: אם P יש תכונה P

(ב) מסר אינדוקציה: אם P המסר n יש תכונה P אזי $n+1$ יש תכונה P .

או - אם כל המסר $n \geq 1$ יש תכונה P אז $n+1$ יש תכונה P .

אינדוקציה מבנית של טכאות

כדי להראות שכל נוסחה יש תכונה P המספיק להראות:

(א) בסיס: אם השתנה יש תכונה P .

(ב) מסר אינדוקציה: אם P המסר n יש תכונה P אזי $n+1$ יש תכונה P .

דוגמאות:

למה: כל נוסחה יש מסר כללי של סגור

בסיס: כל השתנה יש $\emptyset$ סגור (p_i) וכן הלאה נכון.

מסר: אם φ, ψ מסר כללי של סגור אז $(\varphi \wedge \psi)$ מסר כללי של

סגור וכן $(\neg \varphi)$

למה: אם נוסחה יש מסר סגור פתוח כל סגור (הוכחה באינדוקציה)

למה: כל נוסחה מסר סגור פתוח המסר הפתוח אינדוקציה ונכון

(א) אינדוקציה על אורך הנוסחה

(ב) אינדוקציה על מסר קטן ביותר

הוכחה:

סדרת פנייה עבור φ (formation Sequence for φ) היא סדרת נוסחאות

$\varphi_1, \dots, \varphi_n$ המקיימת:

(1) φ_n היא φ

(2) עבור כל $i \geq 1$ מתקיים אחד מהקנינים הבאים:

א) φ_i משתנה

ב) יש $j, k > i$ כך ש- $\varphi_i \equiv (\varphi_j \circ \varphi_k)$ או $\varphi_i \equiv (\varphi_j \supset \varphi_k)$ או $\varphi_i \equiv (\varphi_j \wedge \varphi_k)$ או $\varphi_i \equiv (\varphi_j \rightarrow \varphi_k)$ או $\varphi_i \equiv (\varphi_j \leftrightarrow \varphi_k)$

דוגמאות:

סדרת פנייה עבור $(p_1 \rightarrow p_2) : (p_1 \rightarrow p_2)$
 $\times$
 $\checkmark$ $p_1, p_1, p_2, p_1, (p_1 \rightarrow p_2)$

משפט:

למשפחה של סדרות פניה $\Leftrightarrow$ היא נוסחה.

למה 1:

אם למשפחה יש סדרת פניה אזי היא נוסחה. (הוכחה באינדוקציה על אורך הסדר)

הוכחה:

בסיס: אם למשפחה יש סדרת פניה באורך 1 אזי היא נוסחה. זהו φ

סדרת פניה עבור φ אזי $\varphi \equiv \varphi_1$. אם φ_1 משתנה אז φ נוסחה וברור שהתנאי השני לא יכיל פחתות.

3ב3: אם למשפחה יש סדרת פניה באורך ≥ 2 אזי היא נוסחה אזי אם

למשפחה יש סדרת פניה באורך $n+1$ היא נוסחה.

נניח כי φ יש סדרת פניה $\varphi_1, \dots, \varphi_{n+1}$ אזי נוכח שהיא נוסחה.

פס 1) $\varphi \equiv \varphi_{n+1}$. עבור $i = n+1$. מתקיים אחד מהבאים:

א) φ_{n+1} משתנה וכל סידור

ב) יש אינר הקנינים $n+1$ כך ש- $\varphi_{n+1} \equiv (\varphi_j \circ \varphi_k)$ או $\varphi_{n+1} \equiv (\varphi_j \supset \varphi_k)$ או $\varphi_{n+1} \equiv (\varphi_j \wedge \varphi_k)$ או $\varphi_{n+1} \equiv (\varphi_j \rightarrow \varphi_k)$ או $\varphi_{n+1} \equiv (\varphi_j \leftrightarrow \varphi_k)$

מהנחת האינדוקציה (משט) נובע ש- φ_j, φ_k נוסחאות.

לכן על ידי: $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ היא סדרת פניה עבור φ_j . ואם φ_{n+1} נוסחה.

טבלה ב:

עכב נוסחה יש סדרת קניה

הוכחה (קאונדוקציה גבנית)

קסיס: עכב גשונה יש נוסחת קניה. (כחור - סדרת קניה גשונה ג האו ג)

בלבד האונדוקציה: אס - φ, ψ יש סדרת קניה אולי - $(\varphi \circ \psi)$ יש סדרת קניה

$\varphi_1, \dots, \varphi_n, \psi_1, \dots, \psi_m, (\varphi \circ \psi)$ אולי: $\varphi: \varphi_1, \dots, \varphi_m, \psi: \psi_1, \dots, \psi_n$ האו

סדרת קניה - $(\varphi \circ \psi)$ כאשר $\sigma \in \{1, V, \rightarrow, \leftrightarrow\}$

האברה קאונדוקציה גבנית:

האברה קאונדוקציה:

יש פתרון יחיד:
$$\begin{cases} F(0) = 1 \\ F(n+1) = (n+1)F(n) \end{cases}$$

$H: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, a \in \mathbb{N}$
$$\begin{cases} G(0) = a \\ G(n+1) = H(n, G(n)) \end{cases}$$

גאדרכת גבורה בו יש פתרון יחיד

דואמאות מהאברה קאונדוקציה גבנית:

$$\text{Rank}(\text{גשונה}) = 1$$

$$\text{Rank}((\varphi \circ \psi)) = 1 + \max(\text{Rank}(\varphi), \text{Rank}(\psi))$$

$$\text{Rank}((\varphi \rightarrow \psi)) = 1 + \text{Rank}(\varphi)$$

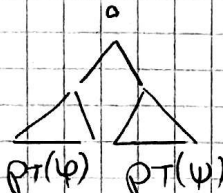
$$\text{Rank}(((p_1 \wedge p_2) \rightarrow p_3)) = 3$$

האברה:

PT: Formulas $\rightarrow$ Labeled Trees : Parsing Tree אברה

$$PT(p_i) := \bullet p_i$$

אברה גשונים:

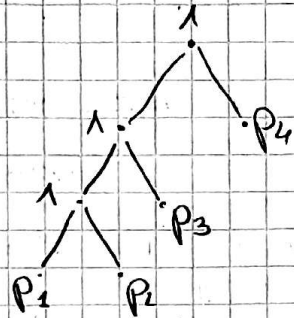
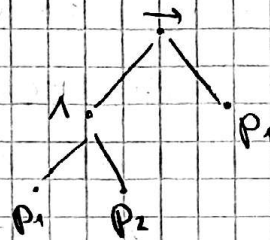
$$PT((\varphi \circ \psi)) :=$$


אברה קשמים:

$$PT((\varphi \rightarrow \psi)) =$$

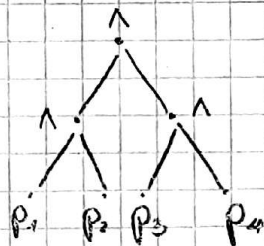

$$\varphi = ((p_1 \wedge p_2) \rightarrow p_4)$$

(12)



(2)

$$\varphi = (((p_1 \wedge p_2) \wedge p_3) \wedge p_4)$$



(2)

$$\varphi = ((p_1 \wedge p_2) \wedge (p_3 \wedge p_4))$$