

תחבול: הניחו/רשימו: קיים אלגוריתם A שבהינתן פסוק φ

מחזיר פסוק φ כן - φ תקף $\Leftrightarrow \varphi$ ספיק

במבחן:

נניח שיש φ כזה אלגוריתם A , היה גם אלגוריתם B שמאשר

לחציף האם φ ספיק.

תזכור: יש לנו "חצי אלגוריתם" H שבהינתן α , אם α אינה ספיקה

H חוזר ומכריז "אם אינה ספיקה"

(לדוגמה סקולריזציה, מתחשבים בתת קבוצה סופית של פסוקי GrInS)

B יפא באופן הבא: בהינתן φ נחיל את A ונקבל $\varphi = A(\varphi)$

$$\frac{\text{אם } \varphi \text{ תקף אז}}{H(\varphi)}$$

אם $H(\varphi)$ חוזר ומכריז "אם φ ספיק" נביא φ לא ספיק.

אם $H(\varphi)$ חוזר ומכריז "אם φ ספיק" נביא φ לא ספיק.

הנחיה/לדוגמה:

אם φ אינה ספיקה $H(\varphi)$ יחליף את φ ויחזיר כמתן סוף. במקרה זה

$H(\varphi)$ אינו חוזר, ולכן B יחזיר ויאמר φ אינה

ספיקה.

אם φ ספיקה מבהינתן A , φ תקף ולכן φ אינה ספיקה.

$H(\varphi)$ יחזיר ויאמר לא, $H(\varphi)$ לא חוזר ולכן B יחזיר ויאמר φ ספיקה.

ספיקה.

הצעה: יהי $\mathcal{A}$ מודל M מסתמך על $\mathcal{A}$.

(אומר שיש) $\Delta \subseteq (D^M)^n$ שבו $M \models \Delta$

קיימים נוסחה α עם n משתנים חופשיים $x_1, \dots, x_n$

כך שיש נוסחה α $M, v \models \alpha \Leftrightarrow (v(x_1), \dots, v(x_n)) \in \Delta$

באמצעות: $\mathcal{A} = (R(\cdot, \cdot), =)$ $M = (N, \leq, =)$

הניחו שהחם הבא הוא M :

$$\Delta = \{(m, n) \mid m \leq n, m, n \in \mathbb{N}\}$$

$$\alpha = R(x, y)$$

ב. הוכיחו שיש פה אג'ר - M:

$$\Delta_2 = \{(m, n) \mid m < n, m, n \in \mathbb{N}\}$$

$$\alpha_2 = R(x, y) \wedge (\neg(x = y))$$

$$G = (F(\cdot, \cdot), =, c)$$

$$M = (\mathbb{N}^+, x, =, 1)$$

הוכיחו שיש פה אג'ר - M

$$\Delta_1 = \{(m, n) \mid m \sim n\} \quad (10)$$

$$\alpha_1 = \exists z f(x, z) = y$$

$$\Delta_2 = \{p \mid p \text{ ראשוני}\} \quad (11)$$

$$\alpha_2 = \forall y ((y \neq c) \wedge (y \neq x) \rightarrow \neg \alpha_1(y, x))$$

$\downarrow$
 סמל
 קבוע
 שונה מ-1

$\downarrow$
 סמל
 קבוע
 שונה מ-1

ה. $n \in \mathbb{N}^+$ יקרא חפשי מרובעים אם בפירוק של n לאורמים ראשוניים

$$n = p_1^{e_1} \dots p_k^{e_k} \quad e_i \leq 1$$

(לומר אין אף כמות) (מכונה)

(אפשר לומר $y \cdot y$ יש מרחק אחד המספר)

$$\Delta_3 = \{m \mid m \text{ חופשי מריבועים}\}$$

$$\alpha_3 = \forall w (\alpha_2(w) \rightarrow \neg \alpha_1(f(w, w), x))$$

$$G_1 = (R_1(\cdot), R_2(\cdot), R_3(\cdot), c_1, c_2) \quad (12)$$

הוכיחו/תסחיבו קייט נוסחה סגורה וספיקה α מ G_1 בספיקה

רק במקרה האחר $10 \leq$ (זהו שנה)

הוכיחו/תסחיבו קייט נוסחה סגורה וספיקה α מ G_1 בספיקה

$$10 > 8 = 2^3 \geq$$

(זהו של 3 יחסים - ואפשר לומר במסלול 1-2)

ב. $\mathcal{L}_2 = (R(\cdot, \cdot), C)$ הוכיחו/דפדפו: יש, נוסחה α סגורה

וספיקה, שספיקה רק הוקלה סופים.

נניח שיש α סגור, נניח $SK(\alpha)$ נוסף סימן פונקציה $f(x)$ לטבלון. כיון ש- α ספיקה, $SK(\alpha)$

ספיקה סגורה הדומה לכלי הדלים של טבעה הדומה אינסופי (כיום סתמנה $\mathcal{L}_2$ שכן "נשכח" את פירוש הסימנים מחוסר סקולטציות וגם קבוצת משפט סקולט הדומה הלא מוסר α והדלים הוא אינסופי.

ג. הוכיחו/דפדפו: יש נוסחה α סגורה וספיקה שמתארת

רק בתנאים סופיים? $\forall x (x=c)$

(? α_n) $\rightarrow$ אינסופיים? $\mathcal{P}$, אפשר למשל למצוא פסוק שאומר

ש- $\mathcal{R}^M$ פונקציה קהל' אלוה $\mathcal{R}$, או ש- $\mathcal{R}^M$

וחס סף מלא ולא אטר מקסימלי.

תרגיל תהי $\mathcal{L}$ קבוצה של נוסחאות, נניח ש-

סבוכות/סמכות: או קיימת תת קבוצה סופית $\mathcal{L}'$ ש- $\mathcal{L}' \models \varphi$

הנחה! אם $\mathcal{L}' \models \varphi$ אז ממשל השמל

אז יש $\mathcal{M}' \models \varphi$ סופית $\mathcal{M}' \models \varphi$ ממשל הנגמל $\mathcal{M}' \models \varphi$

(ג) קיימת $\mathcal{M}' \subseteq \mathcal{M}$ סופית כך ש- $\mathcal{M}' \models \varphi$

$$\mathcal{M} = \{R(x)\}$$

$$\varphi = R(f(x))$$

(פיק, ציף עשתי)

ציר הנגמל: ① $\mathcal{M}' \models \varphi$ (אפשר להראות ישירות, או, למשל, הוכיח ב- $\mathcal{H}_C$)

② יש 2 תתי קבוצות של $\mathcal{M}$

$$\mathcal{M}' \models \varphi$$

חלק אין תת קבוצה $\mathcal{M}' \subseteq \mathcal{M}$

$$\mathcal{M}' \models \varphi$$

$$\emptyset \models \varphi$$