

18.1.17

תרגיל 12

Ehren feucht - Fraissé מחקר

מחקר EF הוא מחקר בין שני מחקרים. Duplicator - spoiler

סדר

בצבן

סדר המחקר הוא שני מבנים (M, N) מה ס.

המחקר מתנהל ב-K תורות.

בתור ה- i:

- S בוחן איבר $a \in M$ או $b_i \in D^N$

- D בוחן איבר במחקר השני.

המחקר של D הוא שהמבנה $a \mapsto b_i$ יהיה איזו חלקי בין M ל-N.

אם D יכול לענות אחרי K תורות, ואם ישלם D אסטרטגיה מנצחת

למחקר $\models F$ באורך K.

משפט

יהי ש בסיוק n quantifier rank (זמן קיטן במחקר) K

ואם D יש אסטרטגיה מנצחת באורך K על (M, N)

אז $M \models \varphi \iff N \models \varphi$.

מסקנה

יהי P קבוצה של מבנים מה ס. אם קיימת שתי משפחות $\{M_k\}$

1 $\{N_k\}$ כך שלכל K: $M_k \in P, N_k \notin P$ (סדר)

2 δD יש אסטרטגיה מנצחת באורך K

$(M_k, N_k) \models F$

אז P אינה נצורה:

אין בסוף ש כך $M \in P \iff M \models \varphi$

(סדר מ סופי)

דמיון

(משפט אייזנרט: יהי G קבוצה סופית ו- χ פונקציה מ- G אל $\mathbb{C}$. אז χ היא צירוף של $\text{deg}(v)$, v קווקזי, v ב- $\text{deg}(v)$.)

M_K :


$$\therefore D \quad \sqrt{e} \quad \sqrt{x_{0/k,n}}$$
$$\begin{array}{ccccccc} b_i = b_j & \text{גרסו} & j < i & \text{קור} & a_i = a_j & \text{גרסו} & p < k \\ a_i = a_j & " & " & " & b_i = b_j & " & " & " \end{array}$$

שני V_{Bottom} ו U_{Bottom} קבועים.

$b_i \in \{u_1, \dots, u_{2k+1}\}$ (מחזיק)

(תמיד זכור לעולם עם גמולך באורח כ)

$$f(V_{top}) = u_{top} \quad e \quad p \quad q \quad r \quad s \quad t \quad u \quad v \quad w \quad x \quad y \quad z$$

Defn 15.8 $f: A \cup \{v_{top}, u_{top}\} \rightarrow I_n(f)$ s.t.

☐

באמצעות כלי

משפט טרנטהרוב

אין אלגוריתם עבירה: בהינתן כסוף ϵ ,
לזכרים האם קיים מבנה סופי שמספק את ϵ .

(האם יש מבנה קצת גדול יותר $\geq K$ שמספק, אז עדיף זה כדור באופן טריוויאלי)
(אם ϵ במסלול במסלול יש רק סימני יחס חד מקומים אז זה גם כדור)

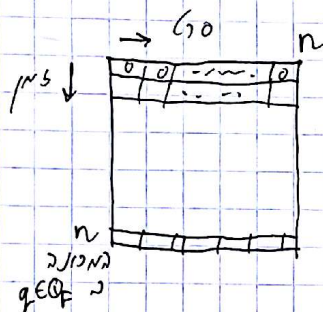
$$L = \{T \mid T \text{ מ"ל מוצר} \text{ } \frac{T}{\epsilon} = H_{TM_\epsilon}\}$$

נראה רצוף בזה מהשפה

כאמור נראה איך קוטע בהמשך T כפי שמק ϵ כך ϵ :
יש ϵ מוצר סופי $\Leftrightarrow T$ עוצרת את הקול הריק.

$$T = (Q, \sum, \Delta, \delta, q_0, Q_F)$$

Q : קבוצת מצבים
 $\sum$: אלמנטים
 Δ : מעבר
 δ : פונקציית מעבר
 q_0 : מצב התחלה
 Q_F : מצבי סיום



נבנה את ϵ כך שמוצר סופי של ϵ
יתאים לכל חיסור תקינה (וסופיות).

נבין במסלול ϵ הבא:

$$\sigma = (R_{\epsilon}(\cdot), C_{min}, Succ(\cdot), T_0(\cdot), T_1(\cdot), \{H_2(\cdot)\}_{\epsilon \in Q})$$

$R_{\epsilon}(\cdot)$: האם R קיים?
 C_{min} : המינימום
 $Succ(\cdot)$: המעבר
 $T_0(\cdot)$: המצב התחלה
 $T_1(\cdot)$: המצב סיום
 $\{H_2(\cdot)\}_{\epsilon \in Q}$: המצב H_2

ϵ יבנה Λ של המסוקים הבאים:

1. מסק מלוא ϵ $R < e$ יחס סדר מלוא C_{min} באיבר המלוא:

$$\forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z)) \wedge \dots \wedge R(x, C_{min})$$

2. כסוף מלוא ϵ $Succ$ יחס המעבר R ביחס ϵ :

$$\forall x \forall y (Succ(x, y) \leftrightarrow (R(x, y) \wedge \forall z (z \neq y \rightarrow R(y, z)) \wedge R(y, z)))$$

- פסוק שאומר כך ואם 1 אז 0 אקראי טיפוס

$$\forall p \forall t \left((T_0(p,t) \vee T_1(p,t)) \wedge (T_0(p,t) \leftrightarrow T_1(p,t)) \right)$$

- פסוקים שאומרים שהם נכון קיים מיקום יחיד עיכאם הקורא ואזב יחיד למכונה:

$$\forall t \exists p \left(\left(\bigvee_{q \in Q} H_q(p,t) \right) \wedge \left(\bigwedge_{q \neq q'} (H_q(p,t) \wedge H_{q'}(p,t)) \right) \right)$$

↓
קיצור קיים יחיד
 $\forall p', p'' \dots$

- פסוק שאומר שהמכונה מתחילה אף ונענה אם סל ריק

ואזב סל והחל הקורא בצד שמאל

$$H_{q_0}(C_{min}, C_{min}) \wedge \forall p (T_0(p, C_{min}))$$

- פסוק שאומר שהמכונה עתידה מקבל

$$\exists p \exists t \bigvee_{q \in Q_F} H_q(p,t)$$

- כל מעבר ב-5 פסוק מתאר שהמעבר של T מתקבל בהתאם.

דוגמה: נניח במעבר 5 וחסאים 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000

$$\forall p \forall t \left(\begin{array}{c} H_q(p,t) \\ \wedge \\ T_0(p,t) \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c} H_{q'}(p,t+1) \\ \wedge \\ T_1(p,t+1) \end{array} \right)$$

המעבר
החדש
succ(-,.)

אם Γ מוצא סופי $\Leftrightarrow T$ מצוין אף הקלט הריק.

□