

הצגה: $M, V \models \varphi$

$$M, V \models \varphi \iff \varphi$$

II

$x_i \neq x_j$

$t_1, \dots, t_n$ - ערכים מסוימים
המקום $x_1, \dots, x_n$ - מקומות מסוימים

$$M, V \models \varphi \iff \varphi$$

הצגה: $M, V \models \varphi$

$$\varphi = \forall x_1 \dots \forall x_n \exists y \psi$$

PNF - נורמל פורמל

$$Sk(\varphi) = \forall x_1 \dots \forall x_n \psi[f(x_1, \dots, x_n)/y]$$

(על-פי f - פונקציה חד-חד-ערכית)

$$Sk(\varphi) \iff \varphi$$

הצגה: $M, V \models \varphi$ $\iff$ $\exists$ פונקציה חד-חד-ערכית f (על-פי f - פונקציה חד-חד-ערכית)

$$Sk(\varphi) \iff \varphi$$

הצגה: $M, V \models \varphi$

הצגה: $M, V \models \varphi$

$$Sk(\varphi) \iff \varphi$$

הצגה: $M, V \models \varphi$

$$\varphi = \forall x \exists y [R(x) \vee \neg R(y)]$$

הצגה: $M, V \models \varphi$ $\iff$ $\exists$ פונקציה חד-חד-ערכית f (על-פי f - פונקציה חד-חד-ערכית)

$$Sk(\varphi) = \forall x [R(x) \vee \neg R(f(x))]$$

הצגה: $M, V \models \varphi$ $\iff$ $\exists$ פונקציה חד-חד-ערכית f (על-פי f - פונקציה חד-חד-ערכית)

הצגה: $M, V \models \varphi$ $\iff$ $\exists$ פונקציה חד-חד-ערכית f (על-פי f - פונקציה חד-חד-ערכית)

הצגה: $M, V \models \varphi$ $\iff$ $\exists$ פונקציה חד-חד-ערכית f (על-פי f - פונקציה חד-חד-ערכית)

הצגה: $M, V \models \varphi$ $\iff$ $\exists$ פונקציה חד-חד-ערכית f (על-פי f - פונקציה חד-חד-ערכית)

$$\Sigma = (a, b, f, R)$$

$$R(a, f(a)) \wedge \neg R(b, a)$$

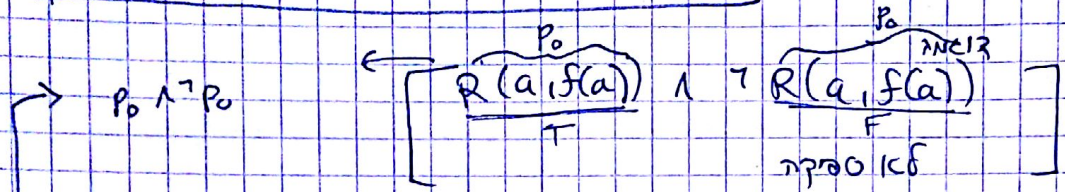
#

כ. אין ספק שלכל M סתירה בין שתי הצהרות (אין)

$$M = (\{0, 1, \emptyset\}, 0, 1, \tau, (כמתח, R^M))$$

$$R^M = \{(0, 1)\}^2$$

לכל $(a, b) \in R^M$ ניקח $\frac{b}{a}$ כחברים לא מסופק אל



הצגה: יש תוצאות מנוסחות φ חסות משינויים וכתמים בפסוק $\hat{\varphi}$ (מתחם הפסוקים), כך, φ ספיקה $\Leftrightarrow \hat{\varphi}$ ספיקה.

הנחת: נשקף כל φ נוסחה אטומית $R(x_1, \dots, x_n)$ שנוסחה φ -כ

אפשרו פסוק אטומי P_i φ P_i

$\hat{\varphi}$: הוצגו G נוסחה אטומית φ -כ. פסוק אטומי φ מציג אל

$$\frac{R(a, f(a))}{P_0} \wedge \frac{R(b, a)}{P_1}$$

$$P_0 \wedge P_1$$

$\Leftrightarrow$ אם φ ספיקה אז $\hat{\varphi}$ ספיק:

יהי M מודל שסופק אל φ . נקח השער V שסופק אל $\hat{\varphi}$.

$$V(P_i) = \begin{cases} T & M \models R(x_1, \dots, x_n) \\ F & M \not\models R(x_1, \dots, x_n) \end{cases}$$

פסוק אטומי שנוסחה $R(x_1, \dots, x_n)$ כחברים לא נוסחה

אלו אין ספק נכון, כאלו שגוי.

הצגה: $V \models \hat{\varphi}$ (הפוסקה).

הוכחה באינדוקציה מודק - משינויים $\hat{\varphi}$ אל φ .

$$V \models \hat{\alpha} \Leftrightarrow M \models \alpha$$

אם $\hat{\varphi}$ ספיק, אז φ ספיקה.

הער V השער שסופק אל $\hat{\varphi}$.

לוקח מודל M :

האליף חלש
כ"י קדומה

$$D^M = \{ t^M \mid t^M \text{ משינויים (אלו)} \}$$

משינויים t^M מודל M

(#)

$$M_1 = \left(\begin{matrix} f a^M & b^M & [f(a)]^M & \dots \\ a^M & b^M & f^M & R^M \end{matrix} \right)$$

המשפט

המשפט
b-1 a√Q עתיד

: f פונקציה ממשלה, f^{M_1}

$$f^{M_1}(t) = [f(t)]^{M_1}$$

$\downarrow$
 תוצאה
 של
 הפונקציה
 f על
 t

מאחר ו- $a^M \neq [f(a)]^{M_1}$,

R : הפונקציה מ- M_1 ל- M ,

$$R(a, f(a)) \quad \text{אם } v(p_0) = T$$

$$(a^M, [f(a)]^{M_1}) \in R^{M_1}$$

$$R(b, a) \quad \text{אם } v(p_1) = F$$

$$(b^{M_1}, a^M) \notin R^{M_1} \quad \text{אם } v(p_1) = F$$

המשפט - כל פונקציה ממשלה

$$\left[a^M \neq [f(a)]^M \right]$$

המשפט - כל פונקציה ממשלה

C^M : פונקציה ממשלה

: f פונקציה ממשלה

$$f^M(t_1^M, \dots, t_n^M) = [f(t_1, \dots, t_n)]^M$$

$$M = \left(\begin{matrix} f^{M_1} & \text{פונקציה ממשלה} & \text{פונקציה ממשלה} & \text{פונקציה ממשלה} \end{matrix} \right)$$

n, R פונקציה ממשלה

$$(t_1^M, \dots, t_n^M) \in R^M \iff v(p_i) = T$$

$R(t_1, \dots, t_n)$: פונקציה ממשלה

המשפט

המשפט MFE: $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

$$MFE \iff \hat{V}F$$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

$$\Sigma = (C, f(C))$$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

$$M_2 = (N, 0, +1)$$

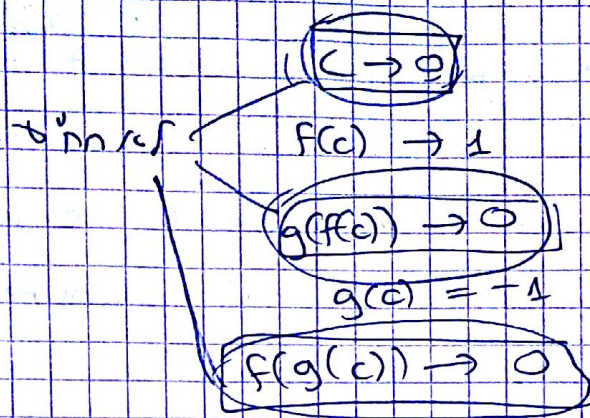
$$f(f(\dots(f(c) \dots)))^M = n$$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

המשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ נובע מהמשפט $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$ וכל $\hat{V}F \subseteq \text{Image}(F)$

$$\Sigma = (C, f(C), g(C))$$

$$M_2 = (\mathbb{Z}, 0, +1, -1)$$



החלפה (substitution)

$$[f(g(c))]^M = [g(f(c))]^M = [c]^M$$

החלפה: Σ הוא מודל, Σ הוא מודל, Σ הוא מודל.

החלפה: Σ הוא מודל, Σ הוא מודל, Σ הוא מודל.

Ground Instance

החלפה

$$\forall x R(x)$$

$$\begin{aligned} & R(c_0) \\ & R(f(c_0)) \\ & R(f(f(c_0))) \\ & \vdots \end{aligned}$$

החלפה: $\forall x R(x)$ הוא מודל, $\forall x R(x)$ הוא מודל, $\forall x R(x)$ הוא מודל.

$$\Sigma = (c_0, f, R)$$

$$\forall x [R(x) \wedge \neg R(x)]$$

$$R(c_0) \wedge \neg R(c_0)$$

$$R(x) \wedge \neg R(x)$$

$$\forall x [R(x) \wedge \neg R(f(f(f(x))))]$$

$$R(c_0) \wedge \neg R(f(f(f(c_0))))$$

$$R(f(c_0)) \wedge \neg R(f(f(f(f(c_0)))))$$

$$R(f(f(c_0))) \wedge \neg R(f(f(f(f(f(c_0))))))$$

$$R(f(f(f(f(c_0)))) \wedge \neg R(f(f(f(f(f(f(c_0))))))$$

Ground Instance - Current Model (M) value

$$\varphi = \forall x_1, \dots, \forall x_n \sum_{\text{mon}} \psi$$

$$\text{GrIns}(\varphi) = \left\{ \psi \left[\frac{t_1}{x_1}, \dots, \frac{t_n}{x_n} \right] \mid \left. \begin{matrix} t_1, \dots, t_n \\ \text{terms} \end{matrix} \right\} \right.$$

if $M \models \varphi$ then there exists a ground instance

$$M \models \text{GrIns}(\varphi)$$

$$\varphi = \forall x_1, \dots, \forall x_n \sum_{\text{mon}} \psi$$

proof: let

$$d_1, \dots, d_n \in D^M$$

$$\forall \left[\frac{d_1}{x_1}, \dots, \frac{d_n}{x_n} \right] \models \psi$$

$$\psi \left[\frac{t_1}{x_1}, \dots, \frac{t_n}{x_n} \right] \in \text{GrIns}(\varphi) \text{ is a term}$$

let M is a model

$$M, V \left[\frac{v(t_1)}{x_1}, \dots, \frac{v(t_n)}{x_n} \right] \models \psi$$

we have

$$M, V \models \psi \left[\frac{t_1}{x_1}, \dots, \frac{t_n}{x_n} \right]$$

proof

if $\text{GrIns}(\varphi)$ is true in M then

there exists a ground instance ψ such that

ψ is true in M (proof - by induction on terms)

if $M \models \text{GrIns}(\varphi)$ then

$$\Sigma = (C, f, R())$$

$$M \models \varphi$$

$$M = (N \cup \{ \text{terms} \}, \sigma, \delta M)$$

$$N \cup \{ \text{terms} \}$$

$$\varphi = \forall x R(x)$$

$$\text{GrIns}(\varphi) = \{ R(c), R(f(c)), R(f(f(c))), \dots \} =$$

$$= \{ R(f^i(c)) \mid i \geq 0 \}$$

$$[f^i(c)]^M = i$$

$$\therefore i \text{ בס } M \models \text{GrIns}(\varphi)$$

$$[f^i(c)]^M = i \in \mathbb{N} = R^M$$

$$M \models \forall x R(x) \Leftarrow \text{אם } \notin R^M \quad \text{כך } M \models \varphi$$

הוכחה (הפוך)

אם φ נכונה במודל M וכל האינטרנציות, אז $M \models \text{GrIns}(\varphi)$
 (אין צורך) $M \models \varphi$
 הוכחה: נניח שהוכחה - $M \models \text{GrIns}(\varphi)$ אם $M \models \varphi$

$$\varphi = \forall x_1, \dots, x_n \psi$$

הוכחה
פשוטה

$$d_1, \dots, d_n \in D^M \quad \text{קיימים}$$

$$M, V[d_1/x_1, \dots, d_n/x_n] \models \psi$$

$$M \models \forall x_1, \dots, x_n \psi \Leftarrow \text{קיימים} \text{ שמתקבלם } z_1, \dots, z_n$$

$$z_1^M = d_1 \quad \text{כך,}$$

$$\vdots$$

$$z_n^M = d_n$$

$$(אם $M \models \psi$ אזי $M, V \models \psi[z_1/x_1, \dots, z_n/x_n]$)$$

$$M \models \text{GrIns}(\varphi) \Leftarrow \text{אם } M \models \psi \quad \text{אם } M \models \text{GrIns}(\varphi)$$

$$\text{GrIns}(\varphi) \Leftarrow \text{אם } M \models \psi \quad \text{אם } M \models \text{GrIns}(\varphi)$$

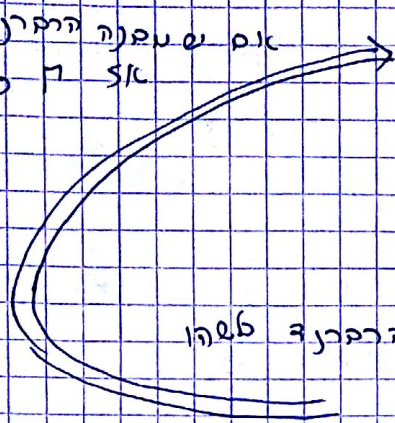
$$\text{GrIns}(\varphi) \Leftarrow \text{אם } M \models \psi \quad \text{אם } M \models \text{GrIns}(\varphi)$$

בנינו מבנה כזה בשפתה של נוסחא חסדא משה'ם וכתבים.

מסל בכתב: סדר קבוע Γ של נוסחא סאור

אניברסל'ה, התאים הבא שרואים:

אם ש משה'ה יחידה מסל
אל Γ ספיקה.



(1) Γ ספיקה

(2) $GrIns(\Gamma)$ ספיקה

$$GrIns(\Gamma) = \bigcup_{\delta \in \Gamma} GrIns(\delta)$$

(3) $GrIns(\Gamma)$ מתפקד סמנתי הרבונה בלשו

(4) Γ מתפקד סמנתי הרבונה בלשו

1 Gr

3 Gr

2 Gr

אם בודק ספיקה 2

Theorem Prover

"אייבר" $GrIns(\Gamma)$, ובודק אם הספיקה של Γ קבונה
סמנתי בלשו.

דפי קומפיוט, אם $GrIns(\Gamma)$ לא ספיקה, נעבא תת קבונה ספיקה
של $GrIns(\Gamma)$ סמנתי בלשו
מבנים Γ לא ספיקה.

דפו סמנתי בלשו שדבר מוסמך רק אם Γ אינה ספיקה

(*) יש "תת-קבונה" שכן ניתן להוכיח ספיקה.

באמצע אין סימני סוף, חס סימני קבונה $GrIns$ סופי.

(*) למטה כן ניתן להוכיח Γ ספיקה

(*) משה'ם ה- Proof assistant

משה'ם הקומפיוט'ה' של קבונה נוסחא Γ ,

Γ ספיקה $\Leftrightarrow \delta \in \Gamma$ קבונה בלשו Γ ספיקה

(*) כוחה קשורי ויחא

משה'ם קומפיוט'ה' תחלס תחלס דלא יכיל "תחלס" קשורי משה'ם

$$\Sigma = (E(1))$$

$\Leftrightarrow M \models \varphi$ אין נוסחא φ בק- $M \models \varphi$ נעיה בלשו, של φ נוסחא, (קבונה)

$\Gamma = \{ \delta \mid \delta \in \Gamma \}$ קבונה

1. $\exists z_1, \dots, z_i [E(x, z_i) \wedge$

not -n
הנה בל עתה

$$E(z_1, z_2) \wedge \dots \wedge E(z_i, y)$$

$$Q_0 = \tau E(x, y)$$

משי אינה סתירה כי מזה קשה
י' ושלום האורח טוב -

天

$\therefore \text{HCF} = 170$

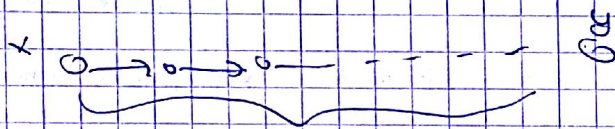
天

ה'א $\Delta \subseteq \Gamma \cup \{e\}$. נניח n סדרה σ_n של

$$\exists x \forall y \alpha_n \in \Delta$$

0. 110 90 90 0 110

Δ ס'קו, ניקח אז כל יום צומצם אחרת



$n \geq f(n)$ ויפון מל x, y ב $\mathbb{N}^{n+1}$ נבחרו $\varphi \Leftarrow$ פונקציה

• නිකායයන් 2: EA G.