

VS VS

... ..

$$\Gamma \models \varphi \neq \Gamma \models^V \varphi$$

$$\begin{aligned} \text{pc} & \leftarrow M, V \models \Gamma \rightarrow \text{pc} \rightarrow M, V \\ \alpha_z & = \forall x \forall y [R(x, y) \rightarrow S(x, y)] \quad M, V \models \varphi \end{aligned}$$

$$\exists x (M, V \models \Gamma \vee \text{then } \delta \delta) \text{ pc } M \quad \delta \delta : \Gamma \models^V \varphi$$

$$\alpha_v = \forall x ([\forall y R(x, y)] \rightarrow [\forall y S(x, y)])$$

$R(,)$ 'N/A' is on 'N/A'
 $\models \Gamma$ "N/A"
 $S(,)$ "..."
 $\models \varphi$ "N/A"
 :
 $X = M(X)$
 $X = V(X)$

$$\begin{aligned} \alpha_z & \models^V \alpha_v \\ \alpha_z & \models \alpha_v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_z & \models^* \alpha_v \quad (1) \\ \alpha_v & \models^* \alpha_z \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M, V \models \alpha_z & \rightarrow \text{pc} \rightarrow M, V \\ (d, d') \in R^M & \text{ pc } d' \in D^M \\ \delta \delta \quad d \in D^M & \delta \delta \leftarrow \\ (d, d') \in S^M & \text{ pc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \text{pc} \rightarrow d \in D^M & \text{ pc} \leftarrow M, V \models \alpha_v \rightarrow \text{pc} \rightarrow M, V \\ M, V [d/x] & \models \forall y R(x, y) \rightarrow \forall y S(x, y) \\ \delta \delta \quad d \in D^M & \text{ pc} \leftarrow (1) \\ M, V [d/x] & \models \forall y R(x, y) \\ M, V [d/x] & \models \forall y S(x, y) \end{aligned}$$

$$M, V [d/x, d'/y] \models R(x, y) \Rightarrow (d, d') \in R^M$$

~~for~~

$$d' \in D^M$$

for

or

$$M, V [d/x, d'/y] \models S(x, y) \Rightarrow (d, d') \in S^M$$

$$\text{for } (d, d') \in R^M$$

$$\text{or } (d, d')$$

is not

possible for $(d, d') \notin S^M$

$$(d, d') \notin S^M$$

$$(d, d') \in S^M$$

$$\text{so } (d, d') \in R^M$$

$$\text{or } d, d' \text{ is}$$



$$M = \left(\mathbb{Z}, \leq, > \right)$$

: ~~for~~ α_v is true

" $\forall y R(x, y)$ " means that for every y in the domain, x is related to y .

" $\exists y R(x, y)$ " means that there is some y in the domain such that x is related to y .

" $M \models \alpha_v$ " means that the model M satisfies the formula α_v .

: α_t is true

" $w \leq z$ and $z \leq w$ " means that w and z are equal.

and $M \models \alpha_t$

$$M \models \alpha_t$$

$$\Gamma \models \varphi \not\Leftarrow$$

$$\Gamma \models \varphi$$

is not true

$$\Gamma = \{R(x)\}$$

$$\varphi = \forall x R(x)$$

if $M \models R(x)$

$$\text{for } \{R(x)\} \models \forall x R(x)$$

if $d \in D^M$ then

$$M, V \models R(x)$$

$$M, V [d/x] \models R(x)$$

$$u \models M, u \models \forall x R(x) \Leftarrow$$

$$M \models \forall x R(x) \Leftarrow$$

$$M = (\{1, 2\}, \{1\})$$

$$v(x) = 1$$

$$: \text{KNCIBS} = \{R(x)\} \neq \forall x R(x) \odot$$

המשפט

$$M, v \models R(x) \quad \checkmark$$

~~$$M, v \models \forall x R(x)$$~~

$$M, v \models \forall x R(x) \quad \times$$

$$M, v \not\models \forall x R(x)$$

המשפט, (המשפט) מוכח, (המשפט) מוכח, (המשפט) מוכח

$$\models \text{ - } \models$$

המשפט

המשפט

$$R(x) \wedge \forall x S(x) \quad (1)$$

$\Rightarrow$

$$R(x) \wedge \forall y S(y)$$

המשפט

$$\forall x \varphi \quad \text{אם}$$

$$\varphi [t/x] \quad \text{אם}$$

"(המשפט) מוכח"

$$\forall x \varphi \rightarrow \varphi [t/x]$$

search & replace * : $\varphi [t/x]$

המשפט מוכח

$$(\forall x R(x)) [F(y)/x]$$

$$(\forall x R(y)) [x/y] = \forall x R(x)$$

$$\neq [\forall x R(y)] \rightarrow R(x) \leftarrow$$

הצבת מונחים: ואחר שש'ע ז' מונח הצבה מונח

x בולטת פ' אפ' :
(בס'ס) $\text{pk}(\varphi)$ פ' נוסח אלוט' מונח מונח

פ' מונח: $\varphi = \alpha \text{ פ' } \beta$: מונח אפ' מונח פ' - β

* $\varphi = \alpha$: מונח אפ' מונח פ' - α

* $\varphi = Q y \alpha$

$\downarrow$
אפ' י'א

① אפ' $x \notin FV(\varphi)$ אפ' מונח

② אפ' $y \notin FV(\varphi)$

$\downarrow$
ש'ע ז'

פ' מונח פ' - α אפ' מונח

אפ' מונח פ' - α אפ' מונח

פ' מונח
פ' מונח
פ' מונח
פ' מונח

פ' מונח:

ש'ע ז' מונח
פ' מונח פ' - α
אפ' מונח פ' - α
אפ' מונח פ' - α
אפ' מונח פ' - α

~~$\forall z \in R(w)$~~

~~$\forall z \in R(w)$~~

~~$\forall z \in R(w)$~~

~~$\forall z \in R(w)$~~

$\forall z \in R(w)$

פ' מונח:

פ' מונח $\varphi = f(z, c_0)$ אפ' מונח פ' - α מונח פ' - α

$\varphi = f(z, c_0)$

פ' מונח $\varphi = f(z, c_0)$ אפ' מונח פ' - α מונח פ' - α

פ' מונח $\varphi = f(z, c_0)$ אפ' מונח פ' - α מונח פ' - α

פ' מונח $\varphi = f(z, c_0)$ אפ' מונח פ' - α מונח פ' - α

פ' מונח $\varphi = f(z, c_0)$ אפ' מונח פ' - α מונח פ' - α

$\varphi = f(z, c_0)$

פ' מונח $\varphi = f(z, c_0)$ אפ' מונח פ' - α מונח פ' - α

$\varphi = f(z, c_0)$

פ' מונח $\varphi = f(z, c_0)$ אפ' מונח פ' - α מונח פ' - α

$$\bar{V}(S[t/x]) = \overline{V[\bar{V}(t)/x]}(s)$$

$$S = f(z, \omega) \quad t = f(\omega, c_0) \quad \text{מחזור}$$

$$M(N, +) \quad V(z)=2, V(\omega)=3 \quad \text{משקל}$$

$$\bar{V}(S[t/z]) \quad \overline{V[\bar{V}(t)/z]}(s)$$

$$\bar{V}(t) = \bar{V}(f(\omega, c_0)) = 3 + 1 = 4$$

$$\bar{V}(S[t/z]) = \bar{V}(f(f(\omega, c_0), \omega)) =$$

$$(3+1)+3 = 7$$

$$\overline{V[4/z]}(f(z, \omega)) =$$

$$\text{"z is not free"} \rightarrow 4 + 3 = 7$$

[הוכחה: משקל, מחזור, וסדרה של משקל]

אם x חופשי ב- t , אז $V(t) = V(x) + 1$.
אם x קשור ב- t , אז $V(t) = V(x)$.

$$\bar{V}[V[t/x]] = \overline{V[\bar{V}(t)/x]}(V)$$

הוכחה: משקל, מחזור.

[הוכחה: משקל, מחזור, וסדרה של משקל]

אם x חופשי ב- t , אז $V(t) = V(x) + 1$.
אם x קשור ב- t , אז $V(t) = V(x)$.

$$\vdash \forall x \varphi \rightarrow \varphi[t/x]$$

$$(\forall x R(x) \rightarrow R(c)) \quad \text{מקרה: } c \text{ קשור}$$

הוכחה: $\odot$ יחיד M, V נכונה

$$: M, V \models \forall x \varphi \quad \text{אם } \odot \forall x \varphi \rightarrow \text{אז } M, V \models \varphi[t/x]$$

$$(*) \quad (M, V[t/x] \models \varphi, d \in D^M \text{ אז } M, V \models \varphi)$$

$$M, v \models \varphi [t/x] \quad : \text{ד"ר}$$

$$d = \bar{v}(t) \quad \text{ה'}$$

$$\bar{v}(\varphi [t/x]) = \bar{v}[\bar{v}(t)/x](\varphi) =$$

$$= v[d/x](\varphi) = T$$

(*) סוף

: מוגדר על ידי

$\forall x \varphi$

ה-0 תמיד יגיע - "can" משהו $\neq x$ ה'.

$$\forall y (\varphi [y/x]) \models \forall x \varphi \quad : \text{ד"ר}$$

$$M, v [d/x] \models \varphi : d \in D^M \quad \text{ד"ר} \Leftrightarrow M, v \models \forall x \varphi$$

$$\Leftrightarrow M, v [d/y] \models \varphi [y/x] : d \in D^M \quad \text{ד"ר} \quad \text{(**)}$$

$$M, v \models \forall y (\varphi [y/x]) \Leftrightarrow$$

$$\bar{v}[\bar{v}(d)/y](\varphi [y/x]) =$$

ה' משהו

$$(\bar{v}[\bar{v}(d)/y])[\bar{v}(x)/x](\varphi) =$$

$$\bar{v}[x/y](\varphi)$$

$$= \bar{v}[d/y, d/x](\varphi) = \bar{v}[d/x](\varphi)$$

ה' משהו

ה' משהו : ד"ר

ה' משהו : ד"ר

PNF

ה' משהו

Prenex Normal Form

$Q_1 x_1 Q_2 \dots Q_n x_n \varphi$

$$Q_2 = \overbrace{\forall x \forall y}^{\text{P/NF}} \left[\overbrace{R(x,y) \rightarrow S(x,y)}^{\text{P/NF}} \right]_{\text{NF}}$$

$a_v = \forall x [(\forall y R(x,y)) \rightarrow (\forall y S(x,y))]$

(כדי להוכיח) $\neg$ - PNF כי הבעיה לא נפתרה

6. PNF - אסטרטגיה של תנועה מכוונת

$$\forall x \left(\underbrace{\exists y R(x,y)}_{\text{true}} \vee \forall y S(x,y) \right)$$

$$\forall x (\exists y \neg R(x,y)) \vee \underbrace{\forall y S(x,y)}_{\forall z S(x,z)}$$

$$\forall x \forall z ((\exists y \neg R(x,y)) \vee S(x,z))$$

$$\forall x \forall z \exists y (\neg R(x,y) \vee S(x,z))$$

$$\forall x \forall z \exists y (R(x, y) \rightarrow S(x, z))$$

PNF

$$\begin{array}{c} T(x) \vee \forall y T'(y) \\ \text{III} \\ \forall y [T(x) \vee T'(y)] \end{array}$$

$$\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$$

$$\exists x \neg \varphi$$

$$A \times 74$$

$$(A \vee B) \wedge C$$

$$\forall x (\varphi \vee \psi)$$

fon: PNF - 8, 2015, 0.55

$$2 \times A_1$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

$$\forall x \varphi \wedge \forall x \psi$$

$$A \times A \quad \wedge \quad A \times A$$

$$\begin{aligned} \rho_{\text{rel}} \, \delta n &= \psi & : \text{cra} \\ \rho_{\text{rel}} \, \delta n &= -\psi \end{aligned}$$

" $\forall x \psi$ is true" $\neq$ " ψ is true for all x "

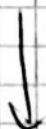
" $\exists x \psi$ is true" $\neq$ " ψ is true for some x "

$$\exists x (\psi \vee \phi)$$

$$\equiv \exists x \psi \vee \exists x \phi \quad (*)$$

$$\exists x (\psi \wedge \phi)$$

$$\neq \exists x \psi \wedge \exists x \phi$$



$$\psi = \text{true}$$

$$\phi = \text{true}$$

both

" ψ is true for all x " $\neq$ " ψ is true"



" ψ is true for some x " $\neq$ " ψ is true"

$$\psi \rightarrow \phi \quad (*)$$

$$\exists x (\psi \wedge \phi)$$

$$\equiv$$

$$\exists x \psi \wedge \exists x \phi$$

$$\forall x (\psi \vee \phi)$$

$$\equiv$$

$$\forall x \psi \vee \forall x \phi$$

$$\exists x \psi \vee \exists x \phi$$



$$\exists x \psi \vee \exists y \psi' \quad (\psi' = \psi[x/y])$$



$$\exists x (\psi \vee \exists y \psi')$$



$$\exists x \exists y (\psi \vee \psi')$$

Example: $\psi \rightarrow \phi \quad (*)$

Example: $\psi \rightarrow \phi$

PNF - $\psi \rightarrow \phi$

$$Q_1 x_1 Q_2 x_2, \dots, Q_n x_n \psi$$

where

Example: $\exists x \forall y \psi$

משפט סקולם: $\exists$ נוסחה ψ אשר $\Sigma \models \psi$ קטן

אם $\Sigma \models \psi$ אז $\Sigma' \models \psi$

ψ אוניברסלי: אין בה $\exists$ ומתקיים:

ψ ספיקה $\Leftrightarrow \psi$ ספיקה

② יחסיה שהיו מתקיימים ב $\mathcal{A}$

משפט
סקולם

רצוקיה מבוקשת ספיקה ψ

$\forall x_1, \forall x_2, \dots, \forall x_n \psi$

פונקציות f ו g נתונים

$\forall x R(x) \rightsquigarrow R(c_0)$

$R(f(c_0))$

③ ספיקת ספיקה פונקציות f ו g נתונים
(כ"ז)

$\exists x R(x)$

משפט סקולם: נוסחה

סקולם $\exists$

$R(c)$ פונקציות f ו g נתונים

פונקציות f ו g נתונים

$\forall x \exists y R(x, y)$

אם $\mathcal{M} \models \langle \mathcal{L}, \mathcal{A} \rangle$

$M \models (N, \mathcal{A})$

פונקציות f ו g נתונים

אם $\mathcal{M} \models \langle \mathcal{L}, \mathcal{A} \rangle$ אז $\mathcal{M} \models \langle \mathcal{L}, \mathcal{A} \rangle$ כמו בעבר קודם.

$f(x)$

אם $\mathcal{M} \models \langle \mathcal{L}, \mathcal{A} \rangle$

אם $\mathcal{M} \models \langle \mathcal{L}, \mathcal{A} \rangle$, אז f זוכה להיות f על x , אז $f(x)$ הוא "ע"א"א פונקציה.

בדיווח על אסטרטגיה:

$f^M(n) = n + 1$

המשפט הראשון:

$$\forall x_1, \forall x_2, \dots, \forall x_n \exists y \psi$$

יש פונקציה n -מקומית

f פונקציה, וייתכן x וייתכן y :

$$\forall x_1, \forall x_2, \dots, \forall x_n \psi[f(x_1, \dots, x_n)/y]$$

המשפט השני

$$\forall x \exists y R(x, y)$$

יש פונקציה n -מקומית f

$$\forall x R(x, f(x))$$

המשפט השלישי

$$S_k(\psi)$$

$\Leftrightarrow$

יש פונקציה

S_k

המשפט הרביעי

כל e

Σ

מקומות M, V

המשפט החמישי

המשפט

$$M, V \models \forall x_1, \dots, \forall x_n \exists y \psi$$

$$e \in D^M$$

$$d_1, \dots, d_n \in D^M$$

יש פונקציה

$$\textcircled{*} M, V [d_1/x_1, \dots, d_n/x_n, e/y] \models \psi$$

יש פונקציה f המקיימת

$$\textcircled{*} \text{ כל מקום } e = f(d_1, \dots, d_n)$$

$$\Sigma \cup \{f\}$$

המשפט השישי

$$M' = (D^M, \frac{\text{פונקציה } f}{\text{מקומות } M-n})$$

$$M', V \models \forall x_1, \dots, \forall x_n \psi[f(x_1, \dots, x_n)/y]$$

המשפט השביעי

$$f^M$$

$S_K(\varphi) \Rightarrow$

$M, N \models S_K(\varphi)$ י"ו

ל"ק $M' = \text{הצבה של } M \text{ ב- } \varphi$

Σ הטקסט

$M', N \models \varphi$

הצבה