

MP + (A1) - (A3)

אם φ היא סאטורציה מתחילים הפסקות ו- φ (היא נוסחה שמתקבלת מהצורה
ונוסחאות מסתובבות האסטרטגיות. אז $\vdash_{HC} \alpha$ נחשב לא α כמתחילת
(הפסקות מתקבלות על α).

(A4) $\forall x \varphi \rightarrow \varphi [t/x]$ אם φ מתחילה ב- x

(A5) $\forall x (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \forall x \psi)$ אם x לא חופש ב- φ

GEN $\frac{\alpha}{\forall x \alpha}$ אם x לא חופש ב- α

$\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז β הוא $\vdash \alpha$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
כמו כן $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
כמו כן $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \beta$ אז $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \beta$ אז $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
אם $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
אם $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \beta$ אז $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \beta$ אז $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \beta$ אז $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\Rightarrow$ (אם $\vdash \alpha$) אז $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ (אם β הוא $\vdash \beta$)

$\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\neg \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta)$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \beta$ אז $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

$\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)
 $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ אז $\vdash \alpha$ אז $\vdash \beta$ (אם α הוא $\vdash \alpha$)

Σ פנימי $\mathcal{V}$ בומר קיים מספר M כך ש $M \models \varphi$ (כל מה שמותר) אבל
 $\mathcal{V} \models \varphi$ יש השמה שאינה מספקת את φ כל ישרה ומוכח $M \models \varphi$

$\varphi \models \psi \leftarrow \mathcal{V} \models \varphi$ (השקטת קבוצה שקבוצה),
 (השקטת קבוצה) $\mathcal{V} \models \psi$

נניח Σ קבוצה שקבוצה Σ מקסימלית - Σ (מיון) שמה.
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.
 נניח Σ שם Σ וזוהי $t_1, \dots, t_n$ וזוהי β מתקיים:

$$R(t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{V} \text{ או } R(t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{V}$$

ניקח מבנה הדרגה $\mathcal{V}$ ונניח $\mathcal{V} \models \varphi$

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

$$\mathcal{V} = \{ \varphi \mid \mathcal{V} \models \varphi \}$$

$$\mathcal{V} \models \varphi \iff \exists x \mathcal{V} \models \varphi(x)$$

פתרון נוסף טיפ קבוצה $\mathcal{V} \models \varphi$ וזוהי $\mathcal{V} \models \varphi$

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

בעיה

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

$$\mathcal{V} \models \varphi \iff \exists x \mathcal{V} \models \varphi(x)$$

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

נניח Σ קבוצה Σ שמה (כל מה שפחד את פחד $\mathcal{V}$ וזוהי β מתקיים).
 נניח Σ פנימי $\mathcal{V} \models \varphi$ או $\mathcal{V} \models \psi$.

מבוא

$$f(n) = \begin{cases} n-1 & n > 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases}$$

$$\varphi(x, y) = (x=0 \wedge y=0) \vee (S(y) = x) \quad (\text{הפונקציה } y=x-1 \text{ יוצאת})$$

פונקציה f היא פונקציה פ.ר. אם f ניתנת ביצוי ב-PA.

provable($\ulcorner \varphi \urcorner$): קיימת הוכחה ל- φ ב-PA.

$$PA \vdash \varphi \leftrightarrow \neg \text{provable}(\ulcorner \neg \varphi \urcorner) \quad \text{פונקציה עצמית}$$

φ נכונה אם לא ניתן להוכיח ב-PA את $\neg \varphi$ (self reference)

בזמנו: "המשפט הזה כוזב" מופיע לפי הצגתו במתמטיקה כזו וכו' "

$$PA \nvdash \neg \varphi \quad \text{כי} \quad PA \nvdash \varphi$$

מה עושים עם נאיביות?

- אימות תוכנה

- proof complexity - אופן לקוד תוכנית בסיסיות ממשית.