

17.1.17

הרצאה שנייה

איתור סבביות

משפט הקומפלימנט

Γ סבבית $\Leftrightarrow \Gamma$ תת קבוצה סבבית של Γ סבבית.
קטגוריה

$$\Gamma' = \left(\begin{array}{c} \text{אין ממשל} \\ \text{באופן } 1 \\ \text{בין } x \text{ ו-} y \end{array} , \alpha, \dots \right)$$

ס...ס

כל $\Delta \subseteq \Gamma$ סבבית: שרש

האם יש נוסחה φ כך של כל מבנה סבבית (כל סבבית)

$$M \models \varphi \Leftrightarrow M \models \psi$$

האם קומפלימנט - כל מה שהוכח שכן, כי קומפלימנט לא מבטיח בין

מבנה סבבית ואינסופיות

$$\left[\begin{array}{c} \text{"משפט קומפלימנט למבנה סבבית"} \\ \Gamma \text{ סבבית} \Leftrightarrow \Gamma \text{ תת קבוצה סבבית של } \Gamma \text{ יש מבנה סבבית} \\ \text{(II)} \quad \text{משפט כל/נכון!} \end{array} \right]$$

יש Γ של מבנים שמספק אתם הם אינסופיים (כלל-ה-I)

אם $\Delta \subseteq \Gamma$ תת קבוצה סבבית Δ יש מבנה סבבית שמספק את Δ .

$$\alpha_n = \exists x_1 \dots \exists x_n \bigwedge_{i \neq j} (x_i \neq x_j)$$

$$\Gamma = \{ \alpha_n \mid n \in \mathbb{N} \}$$

[אם כל מבנה סבבית של Γ הוא אינסופי]

זוהי דוגמה סבבית בקומפלימנט

$$\Sigma = (=)$$

המבנה "אם α_n אזי" אינה מבטיחה סבבית

$$M \models \varphi \Leftrightarrow M \models \psi \Rightarrow |M| \geq \aleph_1$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{ס-נוסחה} \\ \text{משפט} \\ \text{האם} \end{array} \right]$$

$$\Gamma = \{ \alpha_n \mid n \in \mathbb{N} \}$$

(מבנה ס- Γ φ ψ)

האם Σ^* הוא אוטומט?
כן, כי הוא מקבל כל מילה אפשרית.
כן, כי הוא מקבל כל מילה אפשרית.

תהי $\Delta \subseteq \Sigma^*$ מילים מסוימות, ויהי n המספר של אותיות -

$$\alpha_n \in \Delta \quad (\text{כל } n \text{ יש } \alpha_n \in \Delta)$$

$$M = (\{1, \dots, 2n\})^\Delta \quad \text{מקנה שמונה } \Delta$$

האם Σ^* הוא אוטומט?
כן, כי הוא מקבל כל מילה אפשרית.

$$[M = (\{1, 2, \dots, 2n+1\})^\Delta]$$

(Down) מילים Σ^* , Σ מילים M_φ ו- $M_{\neg\varphi}$ מילים מנוגדות

כן, כי

$$M_\varphi \models \varphi \quad \text{ובסדר} \quad M_\varphi \models \Sigma^*$$

$$M_{\neg\varphi} \models \neg\varphi \quad \text{ובסדר} \quad M_{\neg\varphi} \models \Sigma^*$$

כלי פורמלי

[כיצד מוגדרים אוטומטים?]
מילים שיש להן

$$M_\varphi = (N)$$

$$M_{\neg\varphi} = (N)$$

סמלים.

$$\Sigma = (E, R(\cdot)) \quad \text{מילים מסוימות, אוטומט}$$

$$M_\varphi = (N, R^{M_\varphi})$$

$$M_{\neg\varphi} = (N, R^{M_{\neg\varphi}})$$

האם Σ הוא אוטומט? האם Σ הוא אוטומט? האם Σ הוא אוטומט?
כן, כי הוא מקבל כל מילה אפשרית.
כן, כי הוא מקבל כל מילה אפשרית.
 $\Rightarrow M \models \varphi$

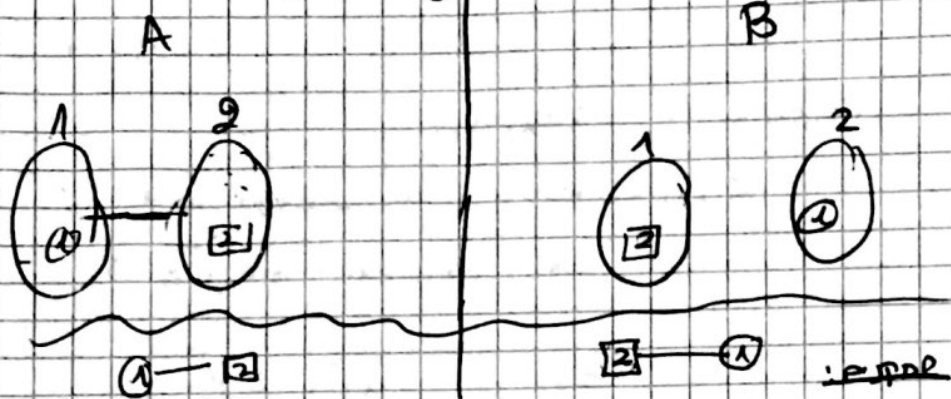
Ehrenfeucht + Faisse (EF) מילים

- Σ מילים A, B מילים Σ

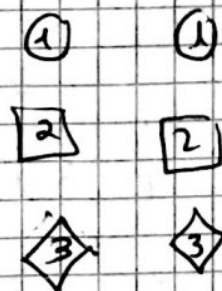
מילים Σ - Σ מילים Σ (מילים).

$$\Sigma = (E(\cdot))$$

$\exists x \exists y E(x,y)$



. $A \beta$ - spoiler
 . β - duplicator
 : β



הפוך

- β - spoiler
 - β - duplicator

הפוך

$(a_1, b_1) \dots (a_r, b_r)$ - β

הפוך

$a_1, \dots, a_r \in D^A$

$b_1, \dots, b_r \in D^B$

$M \in \{A, B\}$

(M, x)

- β

$x \in D^M$

הפוך

$(a_1, b_1) \dots (a_r, b_r)$

- β

(הפוך)

(M, x)

- β

$y \in D^{M'}$

$M' \neq M$

הפוך

(M', y)

- β

מה הסימנים קבוצה אחת, א.

מי מנצח?

$$(a_1, b_1) \dots (a_k, b_k)$$

צורה מנצחת רק אלוטומוציה חזקה

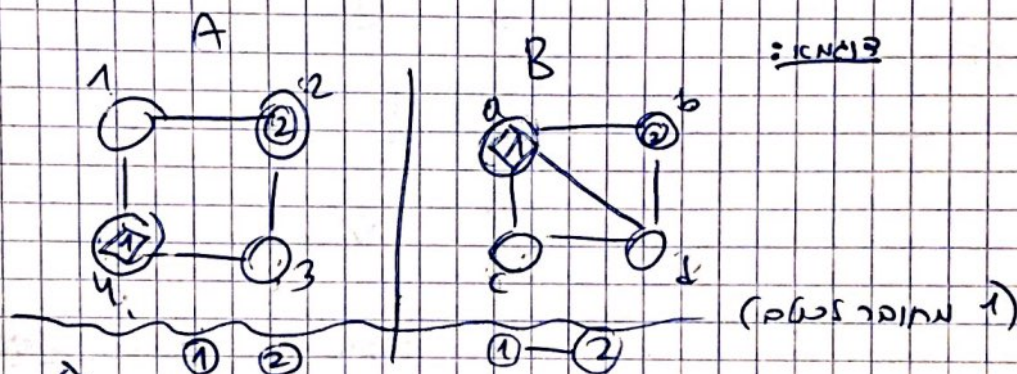
$$i_1, \dots, i_n$$

כל סימן הם ח-קווי, כלל,

$$(a_{i_1}, \dots, a_{i_n}) \in R^A$$



$$(b_{i_1}, \dots, b_{i_n}) \in R^B$$



$$B \models \Diamond \exists x \forall y [(x=y) \vee E(x,y)]$$

"ע"ז מוגדר ב"א" חזקה"

(הקשר, קווי)

$$B, V(a/x) \models \neg \exists y [x \neq y \wedge \neg E(x,y)]$$

הקשר
כלל
הקשר
B, V(x)

(*) סימן: נוסחה φ של משתנים חופשיים

מ: $x_1, \dots, x_n$ ומונח M

$M, (d_1/x_1, \dots, d_n/x_n) \models \varphi$

אם הנוסחה M-ע חזקה

$d_1, \dots, d_n$

אם $x_1, \dots, x_n$ משתנים חופשיים φ אז

$A, (a/x) \models \neg \exists y [\text{---}]$

$$B(a/x) \models \neg \exists y [x \neq y \wedge \neg E(x,y)]$$

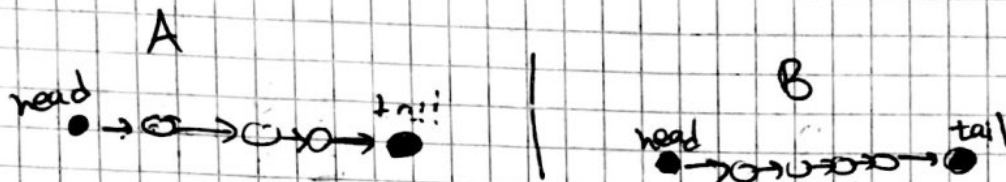
(הקשר, קווי) (הקשר, קווי)

מה קרה עם סמני קשר במילים?
 מניחים שכל המערכת נמצאת במצב A וזהו המצב

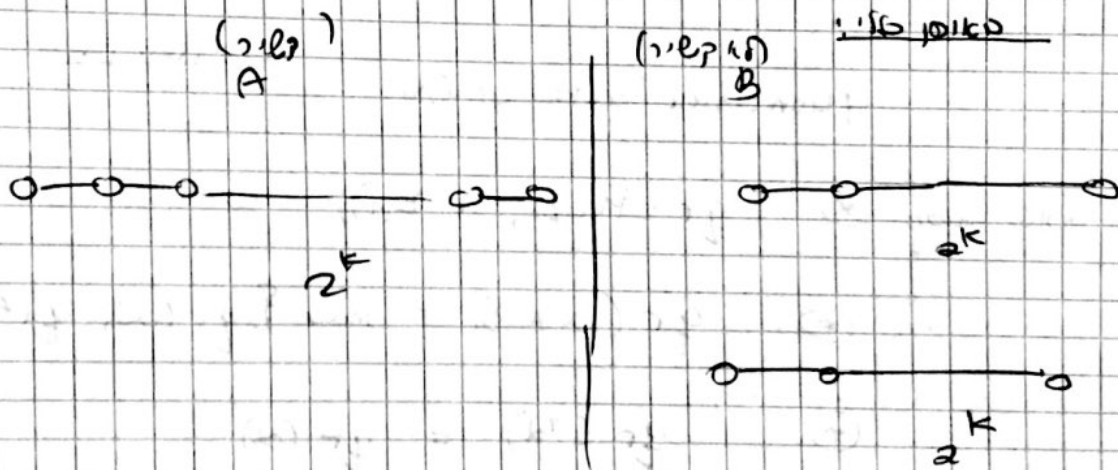
סמני קשר

למילים

$$\Sigma = (\underbrace{\text{head, tail}}_{\text{סמני קשר}}, \underbrace{\text{next}}_{\text{סמני יחס מיקום-12}})$$



(פונקציה)
 [lecture 18 game]



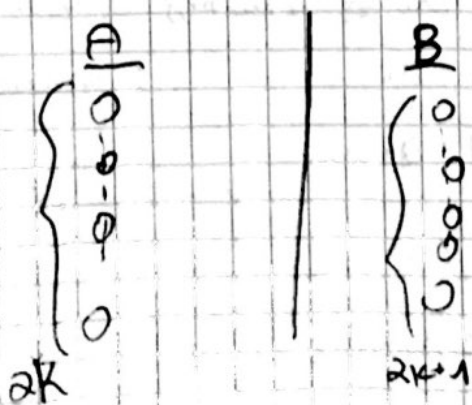
ב- (k-1) מספרים יש לפחות אינסוף מנקודות.

שאלה: מהם המספרים האינסופיים, אבל כן יש אינסוף מנקודות

(אינסוף מספרים חלקי)

ב- k סמנים

$$\Sigma = (=)$$



ארכיטקטורת נתונים: Σ - סדרה

$(a_1, b_1) \dots (a_r, b_r)$ מיון

(M, X) מרחב וקטורי

$(B, b_i) : x = a_i$ וקיים i כך $M=A$ $\dots$ $M=B$

אחר: $M=A$ $\dots$ $M=B$ $\dots$ $M=B$

במה פירושה? $M=A$ $\dots$ $M=B$ $\dots$ $M=B$

$r \leq k$ $\dots$ $r \leq k$

B, A $\dots$ B, A $\dots$ B, A

B, A $\dots$ B, A $\dots$ B, A

מרחב וקטורי

quantifier rank $qr(\varphi)$

$qr(R(t_1, \dots, t_n)) = 0$

$qr(\alpha \wedge \beta) = \max\{qr(\alpha), qr(\beta)\}$

$qr(\neg \alpha) = qr(\alpha)$

$qr(\exists x \alpha) = qr(\forall x \alpha) = qr(\alpha) + 1$

$\Sigma = (=)$ $\dots$ $\Sigma = (=)$

$M \models \varphi$ $\dots$ $M \models \varphi$

B, A $\dots$ B, A $\dots$ B, A

$|D^A| = 2^k$ $\dots$ $|D^A| = 2^k$

$|D^B| = 2^{k+1}$ $\dots$ $|D^B| = 2^{k+1}$

$B \neq \varphi$ $\dots$ $B \neq \varphi$

B, A $\dots$ B, A $\dots$ B, A

B, A $\dots$ B, A $\dots$ B, A

[illegible]

② נבחר שני טורים A, B (הם ב- X) כך ש- A ו- B הם P .

② נראה שהפרקטור מוגדר על ידי $x - y$ ו- $x + y$ ו- $x \cdot y$ ו- x / y

(အစီအစဉ် အကန့်အသတ်)

22 K-T

$$\geq \text{dist}(a_i, a_j)$$

புகை : இது

$$\text{dist}(a_i, a_j) = \text{dist}(b_i, b_j)$$

$$2^{k-r} < \text{dist}(a_i, a_j)$$

$$2^{k-r} < \text{dist}(b_i, b_j)$$

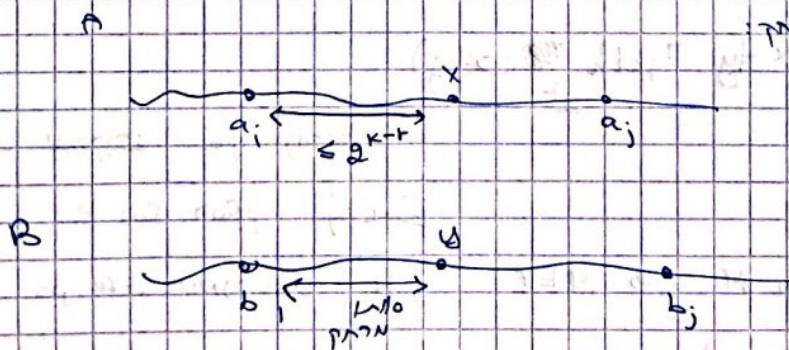
סדרה ראשונה: צילום פנים מניח סוסן אינדיא

31c, $2^{K-2} <$ "pim ann" nic pe nung ac i'ye dip'o

עם צילום של 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 155, 160, 165, 170, 175, 180, 185, 190, 195, 200, 205, 210, 215, 220, 225, 230, 235, 240, 245, 250, 255, 260, 265, 270, 275, 280, 285, 290, 295, 300, 305, 310, 315, 320, 325, 330, 335, 340, 345, 350, 355, 360, 365, 370, 375, 380, 385, 390, 395, 400, 405, 410, 415, 420, 425, 430, 435, 440, 445, 450, 455, 460, 465, 470, 475, 480, 485, 490, 495, 500, 505, 510, 515, 520, 525, 530, 535, 540, 545, 550, 555, 560, 565, 570, 575, 580, 585, 590, 595, 600, 605, 610, 615, 620, 625, 630, 635, 640, 645, 650, 655, 660, 665, 670, 675, 680, 685, 690, 695, 700, 705, 710, 715, 720, 725, 730, 735, 740, 745, 750, 755, 760, 765, 770, 775, 780, 785, 790, 795, 800, 805, 810, 815, 820, 825, 830, 835, 840, 845, 850, 855, 860, 865, 870, 875, 880, 885, 890, 895, 900, 905, 910, 915, 920, 925, 930, 935, 940, 945, 950, 955, 960, 965, 970, 975, 980, 985, 990, 995, 1000, 1005, 1010, 1015, 1020, 1025, 1030, 1035, 1040, 1045, 1050, 1055, 1060, 1065, 1070, 1075, 1080, 1085, 1090, 1095, 1100, 1105, 1110, 1115, 1120, 1125, 1130, 1135, 1140, 1145, 1150, 1155, 1160, 1165, 1170, 1175, 1180, 1185, 1190, 1195, 1200, 1205, 1210, 1215, 1220, 1225, 1230, 1235, 1240, 1245, 1250, 1255, 1260, 1265, 1270, 1275, 1280, 1285, 1290, 1295, 1300, 1305, 1310, 1315, 1320, 1325, 1330, 1335, 1340, 1345, 1350, 1355, 1360, 1365, 1370, 1375, 1380, 1385, 1390, 1395, 1400, 1405, 1410, 1415, 1420, 1425, 1430, 1435, 1440, 1445, 1450, 1455, 1460, 1465, 1470, 1475, 1480, 1485, 1490, 1495, 1500, 1505, 1510, 1515, 1520, 1525, 1530, 1535, 1540, 1545, 1550, 1555, 1560, 1565, 1570, 1575, 1580, 1585, 1590, 1595, 1600, 1605, 1610, 1615, 1620, 1625, 1630, 1635, 1640, 1645, 1650, 1655, 1660, 1665, 1670, 1675, 1680, 1685, 1690, 1695, 1700, 1705, 1710, 1715, 1720, 1725, 1730, 1735, 1740, 1745, 1750, 1755, 1760, 1765, 1770, 1775, 1780, 1785, 1790, 1795, 1800, 1805, 1810, 1815, 1820, 1825, 1830, 1835, 1840, 1845, 1850, 1855, 1860, 1865, 1870, 1875, 1880, 1885, 1890, 1895, 1900, 1905, 1910, 1915, 1920, 1925, 1930, 1935, 1940, 1945, 1950, 1955, 1960, 1965, 1970, 1975, 1980, 1985, 1990, 1995, 2000, 2005, 2010, 2015, 2020, 2025, 2030, 2035, 2040, 2045, 2050, 2055, 2060, 2065, 2070, 2075, 2080, 2085, 2090, 2095, 2100, 2105, 2110, 2115, 2120, 2125, 2130, 2135, 2140, 2145, 2150, 2155, 2160, 2165, 2170, 2175, 2180, 2185, 2190, 2195, 2200, 2205, 2210, 2215, 2220, 2225, 2230, 2235, 2240, 2245, 2250, 2255, 2260, 2265, 2270, 2275, 2280, 2285, 2290, 2295, 2300, 2305, 2310, 2315, 2320, 2325, 2330, 2335, 2340, 2345, 2350, 2355, 2360, 2365, 2370, 2375, 2380, 2385, 2390, 2395, 2400, 2405, 2410, 2415, 2420, 2425, 2430, 2435, 2440, 2445, 2450, 2455, 2460, 2465, 2470, 2475, 2480, 2485, 2490, 2495, 2500, 2505, 2510, 2515, 2520, 2525, 2530, 2535, 2540, 2545, 2550, 2555, 2560, 2565, 2570, 2575, 2580, 2585, 2590, 2595, 2600, 2605, 2610, 2615, 2620, 2625, 2630, 2635, 2640, 2645, 2650, 2655, 2660, 2665, 2670, 2675, 2680, 2685, 2690, 2695, 2700, 2705, 2710, 2715, 2720, 2725, 2730, 2735, 2740, 2745, 2750, 2755, 2760, 2765, 2770, 2775, 2780, 2785, 2790, 2795, 2800, 2805, 2810, 2815, 2820, 2825, 2830, 2835, 2840, 2845, 2850, 2855, 2860, 2865, 2870, 2875, 2880, 2885, 2890, 2895, 2900, 2905, 2910, 2915, 2920, 2925, 2930, 2935, 2940, 2945, 2950, 2955, 2960, 2965, 2970, 2975, 2980, 2985, 2990, 2995, 3000, 3005, 3010, 3015, 3020, 3025, 3030, 3035, 3040, 3045, 3050, 3055, 3060, 3065, 3070, 3075, 3080, 3085, 3090, 3095, 3100, 3105, 3110, 3115, 3120, 3125, 3130, 3135, 3140, 3145, 3150, 3155, 3160, 3165, 3170, 3175, 3180, 3185, 3190, 3195, 3200, 3205, 3210, 3215, 3220, 3225, 3230, 3235, 3240, 3245, 3250, 3255, 3260, 3265, 3270, 3275, 3280, 3285, 3290, 3295, 3300, 3305, 3310, 3315, 3320, 3325, 3330, 3335, 3340, 3345, 3350, 3355, 3360, 3365, 3370, 3375, 3380, 3385, 3390, 3395, 3400, 3405, 3410, 3415, 3420, 3425, 3430, 3435, 3440, 3445, 3450, 3455, 3460, 3465, 3470, 3475, 3480, 3485, 3490, 3495, 3500, 3505, 3510, 3515, 3520, 3525, 3530, 3535, 3540, 3545, 3550, 3555, 3560, 3565, 3570, 3575, 3580, 3585, 3590, 3

אם μ הוא מספר ממשי, $\sum_{k=0}^{\infty} \mu^k = \frac{1}{1-\mu}$, $\mu \neq 1$.

דפ"ח פארשטאנדלעך



ପରାମର୍ଶ

[lecture 2 pic 2]

סוּתוֹת א ס'ב'בס :

$$n, b, \text{dist}(a_i, a_j) \leq 1 \quad \text{p.c. } \textcircled{4}$$

W.B. $\text{dist}(b_i, b_j) = 1 \quad \forall (a_i, a_j) \in E^A$
 $(b_i, b_j) \in E^B$

$$\text{dist}(b_i, b_j) > 1$$

$$\text{dist}(a_i, a_j) > 1$$

א"כ

$$(b_i, b_j) \notin E^B$$

$$(a_i, a_j) \notin E^A$$

$$(b_i, b_j) \in E^B$$

$$\iff$$

$$(a_i, a_j) \in E^A$$

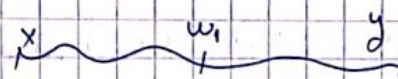
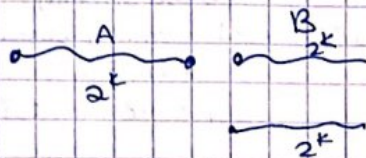
הוכחה

הוכחה על ידי אינדוקציה

נניח שהמשפט נכון עבור k ונראה שהוא נכון עבור $k+1$

נניח שיש לנו שני קטעים A ו- B באורך 2^k כל אחד, המרוחקים זה מזה יותר מ-1.

אנחנו רוצים להראות שיש קטע באורך 2^{k+1} המכיל את שניהם.



קטעים x, y

קטע w_1 באורך 2^{k-1}

$$\text{Path}_{2^k}(x, y) = \exists w_1 [\text{path}_{2^{k-1}}(x, w_1) \wedge \text{path}_{2^{k-1}}(w_1, y)]$$

$$\forall w_1$$

$$\text{Path}_1(u, v) = E(u, v)$$

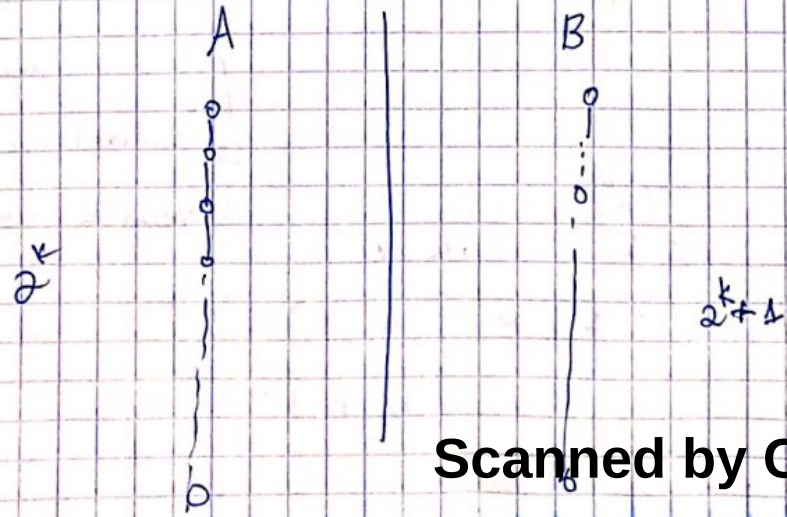
$$B \models \exists x \exists y \neg \text{path}_{2^k}(x, y)$$

$$A \neq$$

המשפט נכון עבור k

$$\Sigma = (E)$$

$$M \models \varphi \iff M \models \psi$$



זכור את הטון : $\Sigma F(E_i)$

לדעתך מהו המספר הנכון?

~~1~~