

16/11/16

תרגיל 3 - פ"ד

תכונות של פונקציות בוליות

פונקציה בולית $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ נקראת פונקציה בולית אם קיימת פולינום $P(x_1, \dots, x_n)$ מעל $\mathbb{F}_2$ כזה ש- $f(x) = P(x)$ לכל $x \in \{0,1\}^n$.
 כל פונקציה בולית היא פולינום ב- $x_1, \dots, x_n$ מעל $\mathbb{F}_2$.
 כל פולינום ב- $x_1, \dots, x_n$ מעל $\mathbb{F}_2$ הוא פונקציה בולית.

טבלת וריאנט:

p_0	p_1	$p_0 \vee p_1$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

אם f היא פונקציה בולית, אז $f(x) = P(x)$ לכל $x \in \{0,1\}^n$.

אם f היא פונקציה בולית, אז $f(x) = P(x)$ לכל $x \in \{0,1\}^n$.

הפונקציה $f(x) = x_1 \wedge x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \vee x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \oplus x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \wedge x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \vee x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \oplus x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \wedge x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \vee x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \oplus x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \wedge x_2$ היא פונקציה בולית.

p_0	α
T	F
F	T

הפונקציה $f(x) = x_1 \oplus x_2$ היא פונקציה בולית.

הפונקציה $f(x) = x_1 \wedge x_2$ היא פונקציה בולית.

1.2.2: יהיו α, β כזו $\alpha \neq \beta$ $\bar{V}_T(\alpha) = \bar{V}_T(\beta) = T$ (הנחה) (האינדוקציה)

נרצה להראות שבתנאי נוסף $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

$$\bar{V}_T(\alpha \wedge \beta) = TT_1(\bar{V}_T(\alpha), \bar{V}_T(\beta)) = TT_1(T, T) = T$$

האופן הזה נראה נכון.

(המשפט V_T לא עובד)
(המשפט V_T לא עובד)

הנחה: יהי $\alpha \in WFF$ נאמר α $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

הנחה: $V \models \alpha$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

הנחה: $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

(הנחה: $\alpha \neq \beta$)

$$P_0 \wedge T P_0, P_0 \rightarrow P_0$$

(הנחה: $\alpha \neq \beta$) $\bar{V}(\alpha) = F$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

$$P_0 \wedge T P_0, T(P_0 \rightarrow P_0)$$

הנחה: $P_0 \rightarrow T P_0$ $P_0 \rightarrow T P_0$ $P_0 \rightarrow T P_0$ $P_0 \rightarrow T P_0$ $P_0 \rightarrow T P_0$

הנחה: $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

$$\bar{V}(\alpha) = F \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta$$

$$\bar{V}(\alpha) = F \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta$$

(הנחה: $\alpha \neq \beta$)
(הנחה: $\alpha \neq \beta$)

הנחה: $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

הנחה: $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

הנחה: $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

$$P_0 \rightarrow T P_0 \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta$$

$$P_0 \rightarrow T P_0 \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta$$

$$(V_T \neq \alpha) \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta$$

$$(V_T \neq \alpha) \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta$$

הנחה: $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

הנחה: $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$ $\alpha \neq \beta$

$$\bar{V}(\alpha \vee \beta) = TT_1(\bar{V}(\alpha), \bar{V}(\beta)) = T \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha \neq \beta$$

(אם Σ ו- Σ' הם שני סיסטמים $\Sigma \models \Sigma'$ אז $\Sigma = \Sigma'$)

$$\Sigma_1 \models \Sigma_2$$

$$(\Sigma_2 \models \Sigma_1 \text{ ו- } \Sigma_1 \models \Sigma_2) \Rightarrow \Sigma_1 \equiv \Sigma_2$$

הערה: $\Sigma \subseteq \text{wff}$ (קטגוריית הצהרות)

הצגה $\rightarrow$ $\Gamma_\Sigma = \{B \in \Sigma \mid \{B\} \models \Sigma \setminus \{B\}\}$
 תוצאה

$$\Sigma = \{p_0, p_1, p_0 \vee p_1, p_0 \wedge p_1\}$$

(כ) (היא נקראת תוצאה)
 $\Gamma_\Sigma = \{p_0, p_1\}$

התוצאה היא תוצאה: $\Gamma_\Sigma \equiv \Sigma$ כל $\Gamma_\Sigma \neq \emptyset$

$$\Gamma_\Sigma \subseteq \Sigma \quad \Sigma \models \Gamma_\Sigma \quad [\Leftarrow]$$

$$\Gamma_\Sigma \models \Sigma \quad [\Rightarrow]$$

אם V הוא מודל של Γ_Σ , אז $V \models \Sigma$

הוכחה: $\{B\} \models \Sigma \setminus \{B\}$ כל $B \in \Gamma_\Sigma$ (אנחנו יודעים)
 $\Gamma_\Sigma \models \Sigma$

אם $V \models \Sigma \setminus \{B\}$, אז $V \models B$

$$V \models (\Sigma \setminus \{B\}) \cup \{B\} = \Sigma$$