

ה'רצ"א סה"כ

$$x = \begin{cases} 5 \\ -5 \end{cases} = \pm 5$$

אם $y=3$, $x=\pm 5$ הם הפתרונות

מילר Galen פיתח: $x^u + y^u = z^u$, $u \geq 3$, (ולש)

$$z^u - y^u = x^u$$

$$\prod_{i=1}^n (z - \xi_i y) = x^u$$

כאן ξ_i ה- n שורשים, $\xi_i \in \mathbb{Z}[\xi]$

Lamure, Kummer - אם n אינו ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ אינו פירם.
 אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.
 אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.
 אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.

אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.
 אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.
 אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.
 אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.

$$\begin{aligned} U(\mathbb{Z}) &= \mathbb{Z} \setminus \{ \pm 1 \} \\ U(\mathbb{Z}) &= \mathbb{Z} \setminus \{ \pm 1 \} \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \\ U(\mathbb{Z}[\sqrt{2}]) &= \mathbb{Z} \setminus \{ \pm 1 \} \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \end{aligned}$$

אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.
 אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.

$$\mathbb{Z}^n \times G$$

אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.
 אם n ראשוני, אז $\mathbb{Z}[\xi]$ הוא פירם.

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \text{מספר השכיחות} \\ \nu_2 &= \text{מספר השכיחות} \\ \nu &= \nu_1 + \nu_2 - 1 \end{aligned}$$

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 - 1$$

שאלה: יהי $\mathbb{F}_q$ שדה

האם קיימת פונקציה f כזו ש-
 $\mathbb{F}_q[T] \cong \mathbb{Z}$ - הוכח
 $\mathbb{F}_q(T) \cong \mathbb{Q}$ - הוכח
 (האם קיימת פונקציה f כזו ש-
 $\mathbb{F}_q[T] \cong \mathbb{Z}$ - הוכח
 (האם קיימת פונקציה f כזו ש-
 $\mathbb{F}_q(T) \cong \mathbb{Q}$ - הוכח)

$$\mathbb{F}_q[T] \longleftrightarrow \mathbb{Z}$$

הוכחה: - תהייה f פונקציה
 - מה סוגי f -
 - סוגי f -
 - (הוכחה) -
 $\deg(f)$

הוכחה: $\pi(x) = \frac{x}{\ln x} + o(\frac{x}{\ln x})$

$$\text{PNT} - \pi(x) = \#\{p \leq x\}, \pi(x) = \frac{x}{\ln x} + o(\frac{x}{\ln x})$$

הוכחה: $\pi(x) = \frac{x}{\ln x} + o(\frac{x}{\ln x})$

$$\pi_q(n) = \#\{P \in \mathbb{F}_q[T] \mid \deg P = n\}$$

הוכחה: $\pi_q(n) = \frac{q^n}{n}$

$$\text{PNT} - \pi_q(n) \sim \frac{q^n}{n}, q^n \rightarrow \infty$$

הוכחה: $\pi_q(n) = \frac{q^n}{n} + o(\frac{q^n}{n})$

$$\zeta_q(s) = \sum_{f \in \mathbb{F}_q[T]} \frac{1}{|f|^s} = \sum_{f \in \mathbb{F}_q[T]} \frac{1}{q^{\deg f \cdot s}} =$$

$$\sum_{d=0}^{\infty} \sum_{\deg f = d} q^{-ds} = \sum_{d=0}^{\infty} (q^d)^{-s} = \sum_{d=0}^{\infty} (q^{-s})^d = \frac{1}{1 - q^{-s}}$$

הוכחה: $\zeta_q(s) = \prod_{P \in \mathbb{F}_q[T]} (1 - |P|^{-s})^{-1}$

$$\zeta_q(s) = \prod_{P \in \mathbb{F}_q[T]} (1 - |P|^{-s})^{-1} = \prod_{d=1}^{\infty} (1 - q^{-ds})^{-\pi_q(d)}$$

: $u \frac{d \log}{d u}$ נוסחה של

$$\frac{qu}{1-qu} = \sum_{d=1}^{\infty} \pi_q(d) \frac{du}{1-ud}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (qu)^k = \sum_{d=1}^{\infty} \sqrt{\pi_q(d)} \sum_{r=1}^{\infty} u^{dr}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} q^k \cdot u^k = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\sum_{d|k} \sqrt{\pi_q(d)} \right) q^k$$

$$\Rightarrow \sum_{d|k} \sqrt{\pi_q(d)} = q^k$$

$$k \pi_q(k) = \sum_{d|k} q^d \cdot \mu\left(\frac{k}{d}\right) \quad \text{הנהגה של מולינר}$$

$$\Rightarrow \pi_q(u) = \frac{1}{u} \sum_{d|u} q^d \cdot \mu\left(\frac{u}{d}\right)$$

$$\pi_q(u) = \frac{q^u}{u} + \frac{1}{u} \sum_{d|u} \mu\left(\frac{u}{d}\right) q^d = \frac{q^u}{u} + O(q^{\frac{u}{2}})$$

יש להבחין כי $\pi_q(u)$ אינו מספר שלם, אלא מספר רציונלי. זהו כי μ הוא פונקציה רציונלית. $(p, p+2)$ - זוג ראשוניים.

השאלה היא: $\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} \sim \log x$ - נכון?
 נכון! - $\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} \sim \log x$ - נכון!
 Brun, שאל

$$\pi(x; 2) = \#\{p \leq x : p \equiv 1 \pmod{2}\}$$

$$\pi(x; 2) \sim \frac{x}{\log x \log 2}$$

הנהגה של מולינר, $\pi(x; 2) \sim \frac{x}{\log x \log 2}$ - נכון!
 זהו כי $\log 2$ הוא קבוע.
 $\pi(x; 2) \sim \frac{x}{\log x \log 2}$ - נכון!
 $\pi(x; 2) \sim \frac{x}{\log x \log 2}$ - נכון!

$$\pi(x; 2) \sim \frac{x}{\log x \log 2}$$

$$C = 2 \prod_{p>2} \frac{(1-\frac{2}{p})}{(1-\frac{1}{p})^2}$$

זהו כי $\log 2$ הוא קבוע.

$F_q[T]$, $f, f+1$ - ע"מ זהו זהו זהו זהו

$$\pi_q(n; 1) = \# \{ f, f+1, \deg f = n \}$$

- ע"מ זהו

$$\pi_q(n; 1) \sim C_f \cdot q^{n/2}, \quad q^n \rightarrow \infty$$

(ע"מ זהו זהו זהו זהו) : $\lim_{n \rightarrow \infty}$ פ"מ
 (-... ע"מ זהו זהו זהו) : $\lim_{q \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} z$ ע"מ זהו

, ע"מ זהו זהו זהו - $\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{q \rightarrow \infty}$ - נ"מ ע"מ זהו זהו זהו

ה"מ זהו זהו זהו : ע"מ זהו זהו זהו $L/\mathbb{Q}$: ע"מ זהו זהו זהו
 , $L \rightarrow$ פ"מ זהו זהו זהו $G = \text{Gal}(L/\mathbb{Q})$
 . ע"מ זהו זהו זהו ע"מ זהו זהו זהו ע"מ זהו זהו זהו

$x \rightarrow \infty$ ע"מ $1=p < x$ ע"מ זהו זהו זהו Frob_p - ע"מ זהו זהו זהו