מבנ"ת — שיעור 3

Amortized

תיאור זמן ריצה לסדרת פעולות הגרועה ביותר.

נתחיל ממבנה נתונים ריק.

$$\text{Amortized time} = \frac{\text{time fo w.c. series}}{\text{series length}}$$

1. חישוב ישיר סכימת הפעולות שביצענו. למשל ק"ת

2. שיטת הבנק - פעולות שעולות פחות מהממוצע משלמות עבור פעולות יקרות.

3. פוטנציאל

מונה בינארי :

						0	0	0	0	0	0

0 0 1
0 1 0
0 1 1
1 0 0

$1 \quad \dots \quad \frac{n}{4} \quad \frac{n}{2} \quad n$ פעמים

```
increment :
  i ← 1
  while (A[i] = 1)
    A[i] ← 0
    i ← i+1
  end while
  A[i] = 1
```

$$\text{Amortized} = \frac{O(n)}{n} = O(1)$$

$$n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots + 2 + 1 \le 2n$$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots\right) = 1$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots + \quad = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

הערכה שאנו מעריכים
כדי לבצע
בפועל

שיטת הבנק: $c_i \to \hat{c}_i$ העלות האמיתית

$$\hat{c}_i = c_i + deposit - withraw$$

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{c}_i \geq \sum_{i=1}^{n} c_i$$

המחיר להכניס ביט מ-0 ל-1 = $\hat{c}$ 2 מטבעות 1 deposite 1

המחיר להוציא ביט מ-1 ל-0 = 0 מטבעות 1 withraw 1

מה קורה?

לכל ביט ~~ש...~~ increment

כל ביט שהפכנו מ-1 ל-0 כבר שילם עליו

כל ביט שהפכנו מ-0 ל-1 הפקדתי 2 מטבעות

לכן מחיר כל פעולת increment

אני משלם רק ביט יחיד מ-0 ל-1

לכן העלות של כל פעולות increment.

שיטת הפוטנציאל:

חייב $\Phi(D_0)=0$

$\Phi(D_n)\geq 0$

$$\Phi(001010)=2$$

$$\Phi(00000)=0=\Phi(D_0)$$

$\Phi(D_i)$ = מס' האחדים במונה לאחר i (משוער)

$$\hat{c}_i = c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1})$$

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{c}_i = \sum_{i=1}^{n} c_i + \Phi(D_n) - \Phi(D_0)$$

נניח שבפעולה i הופכים t_i ביטים ל-0

העלות $c_i = t_i + 1$

$$\Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) = \underbrace{(b(D_{i-1}) - t_i + 1)}_{\Phi(D_i)} - \underbrace{b(D_{i-1})}_{\Phi(D_{i-1})} = 1 - t_i$$

$$\hat{c}_i = c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1}) = (t_{i-1}+1) + (1-t_i) = 2$$

שאלה 1

מה סיבוכיות של מימוש המחסנית:

א. זמן W.C $O(n)$ זמן Amortized $O(1)$

ב. זמן W.C $O(\log n)$ זמן Amortized $O(\log n)$

N פעולות:

א) $O(1)N = O(N)$

ב) $O(\log N)N = O(N \log N)$

שאלה 2

מימוש

pop() בזמן $O(1)$

push() בזמן $O(1)$

pop log() בזמן $O(\log n)$

מה הזמן Amortized ל N פעולות.

פירוט הזמן push ~~כ...~~ בשאר מערך בגודל.

pop() פעולות מול מבנק

pop log() פעולות $O(\log)$ ושמשמשות ב $O(\log n)$ מבנים.