

הרצאה 5

היום

- (1) ציאלנימור ואלן-קמפן
- (2) הסתקציה האסימטרית של Dehn
- (3) חבורה small-cancellation

קטגוריה

חבורה קטגוריה
מולצית ספיר
אם יש לה סופיות

$$P = \langle S | R \rangle$$

הצגה של חבורה

S - אלמנטים

R - אלוט מילים ק - F(S)

P - מצביה אל החבורה $\langle\langle R \rangle\rangle$

$$\langle\langle R \rangle\rangle = \left\{ \prod_{i=1}^m p_i r_i^{\epsilon_i} p_i^{-1} \mid r_i \in R, p_i \in F(S), \epsilon_i \in \{\pm 1\} \right\}$$

representation - presentation
בית המילה

האם, קימק הצגה יש אלג' שמכניע אם מלה נתון
 $w \in F(S)$ היא 1 בחבורה, סומה אם $w \in \langle\langle R \rangle\rangle$

ציאלנימור ואלן-קמפן

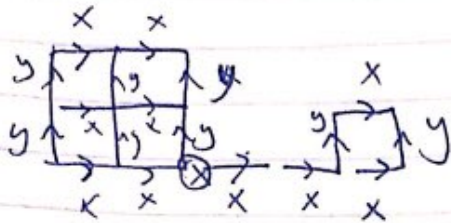
המצגה $P = \langle S | R \rangle$ הצגה של חבורה Γ . נסמן
ק - R° אל החצבים הציקל של איברי R ושל
השפטים הציקלים שלם ושל הכנסים.

תני: $w \in F(S)$ מצומצמת.

ציאלנימור ואלן-קמפן של מ דיוס I - P היא:

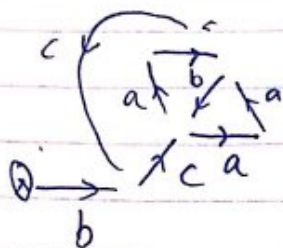
גל משיני, קשיי, צל טיע, מכוון, סוס, וכל קשר
מער מתוק S, כג של

- (i) השפה של כל פאס פנויה לייכר I - R
- (ii) השונימצל קשפת הפאה החיצונית

$$\mathbb{Z}^2 = \langle x, y \mid [x, y] \rangle \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$


$$w = x^3 y x^{-1} y^{-1} x^{-2} y^2 x^{-2} y^{-2} x^2$$

$$\langle a, b, c \mid a^2b, acb, ac^2 \rangle (\approx)$$

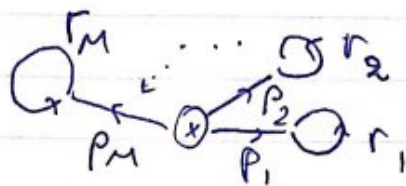


0
 תורת הניסוי (1933, פון פיליפ) : $P = \langle S | R \rangle$: Γ
 (LNBINBN) $w \in F(S)$: Γ
 $\rightarrow$ $w \in F(S) \iff \langle w \rangle \in \langle R \rangle$ $\Gamma - \alpha \quad w=1$ s/c
 $P - \Gamma$ α Γ $\cdot$ Γ

$\Rightarrow$ נכיר באינדוקציה על מס' השלל
 בסיס אינדוקציה D . ~~תה~~ e הקבלה
 במהלך w

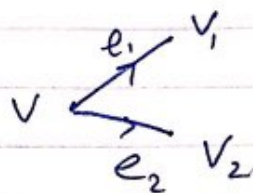
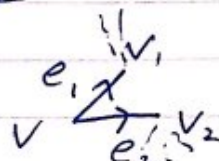
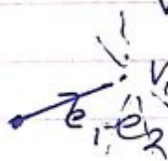
$\omega = \rho \rho^{-1} \omega'$

$\omega = \omega' \cdot \frac{R}{r}$
 ו- ω יש צ'ס/קמ"ה ω כ"ה חסומה
 אפי' (היס' וקצ'ר, $\omega \in \langle R \rangle$ וא"כ ω אפי'.

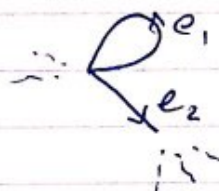
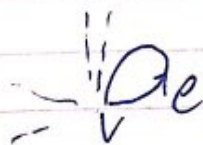
$$\text{we } \prod_{i=1}^m p_i r_i p_i^{-1} \quad p_i \in F(s) \quad r_i \in R^c \quad \text{sk} \quad w \in \langle R^c \rangle_0 \quad r_i s \leftarrow$$


אחרי שנים, אולם רק כאלו ים של קטנה ~~על~~
קרבן, עז אחתיו כיוון. ואולי חלילה, על
15 1507 הציבה שמרים הקצקול

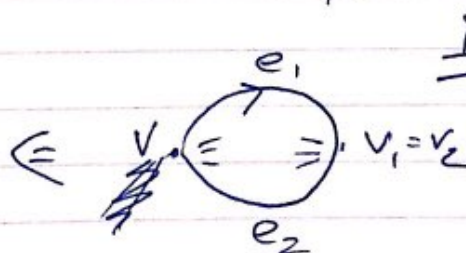
v_1 $\frac{e_1}{I}$ I $\frac{e_1}{I}$ v_1


$$V_1 \neq V_2$$
$$V = V_2 \neq V_1$$
$$V \neq V_1 = V_2 \quad \text{III}$$
$$V = V_1 = V_2 \quad \text{IV}$$


I agree



II מקרה



מקרה III

IV

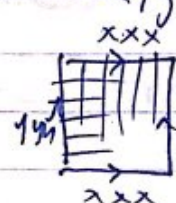
Dehn le $P = \langle S | R \rangle$ $\omega \in \langle R \rangle$ for

Area(ω) = min $\{ M \mid \omega = \prod_{i=1}^M p_i r_i^{\epsilon_i} p_i^{-1} \}$

where $p_i \in R$, $r_i \in R(S)$, $\epsilon_i \in \{0, 1\}$

for P $\delta_P : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $\delta_P(n) = \max_{\substack{\omega \in \langle R \rangle \\ |\omega| \leq n}} \text{Area}_P(\omega)$

$\delta_P(n) \approx c \cdot n^2$ $Z^2 = \langle x, y \mid [x, y] \rangle$

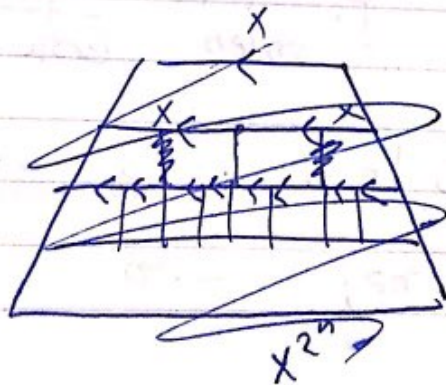


$\pi_1(\text{torus}) = \langle a, b, \dots, a_y, b_y \mid [a, b], \dots, [a_y, b_y] \rangle$

$\pi(\text{torus}) \cong Z^2$

$\delta_P(n) \approx cn$ Dehn's $g=2$

Baumslag-Soliter $BS(1, 2) = \langle x, y \mid yxy^{-1} = x^2 \rangle$ $\delta_P(n) \approx 2^n$



(א) אם יצר של S_2 שווה $(\Gamma - \Gamma)$ אז
 באורך $C \geq$ קומה - S_1 ואם S_1 הוא
 (ב) אם $R_2 \rightarrow$ יחס $F(S_1)$ (ציר הירידה מ- S_1)
 הנה משהל של S_1 הוא C יחס R_1

אור
 קומה
 מ- S_1

קומה
 מ- S_1

קומה

קומה

קומה

קומה

קומה
 קומה

תבונה "קיצוץ קטנה" $\text{small Cancellation}$
 ו"ק' צ"ה: "תל"ז צ"ח" הצ"ו

הסלגויות $Pehr$ (לפניו הע"ר הול"ה)
 תנ" $P = \langle S | R \rangle$ ספ"ר נ"ה $W \in \langle R \rangle$
 ו"ל P (חולב"ר ו"ר צ"ה) של"ר W
 ר"ת מ"ר ל"ה י"ח, ו"ל ו"ה $\langle$ מ"ר ה"ח
 ס"ח - $W = U_{r_1} V$
 $|r_1| > |r_2|$ $r_1, r_2 \in R$
 $W = U_{r_1} V = \underbrace{U_{r_1} r_2 U^{-1}}_{\text{מ"ר צ"ה}} \cdot \underbrace{U r_2^{-1} V}_{\text{י"ח}}$

א"ה ה"ח"ה ה"ה מ"ק"ר $\Leftarrow$ י"ח פ"ר (מ"ה) ל"ר
 ה"ה $P \Leftarrow$ פ"ר $Pehr$ ה"ה ל"ר

ל"ה תבונה קיצוץ ק"ר מ"ר א"ה ה"ה
 (Lyndon, Greindinger 1960)

ה"ה ה"ה $P = \langle R | S \rangle$ ה"ה $P \in FC(S)$ ה"ה
 ה"ה "פ"ה" ל"ר ה"ה $r_1, r_2 \in R^c$
 $r_1 = p_1$
 $r_2 = p_2$

ה"ה P י"ח ה"ה P ה"ה
 $\lambda \in (0, 1)$ $c'(\lambda)$ ה"ה ה"ה
 $|P| < \lambda$ $|r|$ ה"ה

ה"ה (1) ה"ה $c'(\lambda)$
 $\frac{1}{8} < \lambda$

ד.י. ח' ס' 3 - 31372 21/11/77

$$\frac{\log n}{n}$$

$$\frac{\log n}{n} \approx \lambda - \delta C'(\lambda) \quad \rho, \rho \sim n$$

~~Einfluss~~ σ ϵ $\left(\frac{1}{6}\right)$ $N \cdot m$ P r/c ; $\frac{Q_{elw}}{L}$

[illegible]

למטה יה' Δ של שלוחי לבוא
 צ"ס ספרותי "למטה שלוחי יציר צדק ספרותי"
 השפה של בראש (היה צ"ל) ה"א ספרותי (למטה)
 ל"ה (i) של קוצקא מצרית למטה צ
 (ii) ב פסוק פתח (למטה) א"ל
 המטה ה"ה צ"ל י"ל למטה א"ל קטור

$i=1,2,3$ b_i היות a_i הפסול שטען
 קשה לומר כי קשה (אולי) $3b_i$
 קשה (אולי) $3b_i$

הוסיף וכתב

✓ $\int_0^3 \sqrt{1+x^2} dx$ WE $\langle R \rangle$: 2.1 WE ~~$\langle R \rangle$~~

$\sigma_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ is a map $\in C^1(\mathbb{R})$

[illegible]

⊙ תי: D ציטאטיר ון קאפן אדאמיטירט צו וו.

~~חלטה דעס דעס~~
 לייק מ-D קצקונדיג מדינגע 2. אדאמיטירט
 דע קעטירע טאגט שטאט אדאמיטירט - $F(s)$
 (לייט צוקאט אדאמיטירט)

⊙ קעטירע פנימיר הייט פסע אק דאליקט $\frac{1}{6}$ הייט
 $\Rightarrow$ אדאמיטירט פנימיר יע אדאמיטירט 7 קעטירע

מקרה 1 אדאמיטירט ד הייט ציסק אדאמיטירט, אדאמיטירט
 יע אדאמיטירט פאט חסומה אדאמיטירט, לענין קעטירע ויע אדאמיטירט
 ≥ 3 קעטירע פנימיר $\Rightarrow$ הייט דאליקט $\leq$ חצ' יום.

מקרה 2: ד אדאמיטירט ציסק אדאמיטירט.
 יע ציסק חיצוניע לענין אדאמיטירט פאט
 קצקונדיג אדאמיטירט פנימיר, אדאמיטירט 2 באר.
 יע אדאמיטירט דפנימיר אדאמיטירט פנימיר, אדאמיטירט
 אדאמיטירט אדאמיטירט קצקונדיג אדאמיטירט.

חלטה 6

אדאמיטירט הייט הייט אדאמיטירט $\langle SIR \rangle$ קעטירע הייט
 אדאמיטירט אדאמיטירט $w \in F(s)$ אדאמיטירט
 $1 \neq w \in \langle R \rangle$ אדאמיטירט
 $w \in R^c$ אדאמיטירט
 אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט

אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט
 אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט

אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט
 אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט

אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט

אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט
 אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט
 אדאמיטירט אדאמיטירט אדאמיטירט