

תכונות חבורות ואיזומורפיזמים

F_n - החבורה החופשית על n יוצרים
 סמליו: $\{H_n \leq F_n\} \leftrightarrow$ $\{ \text{זוגות של יוצרים שונים, קבוצה של יוצרים} \}$
 כולל את כל תתי החבורה

כל תתי החבורה חופשית היא/חופשית
 אם הקווקז'ים - אם מתקן פולקס, הווקז'ים (F_n, H)
 אם $H \leq F_n$ (כאן הגדל סופי)

עבור $H \leq F_n$ אם H היא תתי חבורה חופשית
 מונחית אם היא תתי חבורה חופשית, H סופית, H קבוצה סופית

$V-1$ קבוצת קוסטים בסך הכל $(F:H) = \frac{|F|}{|H|}$

$$\frac{|F|}{|H|} = \frac{|F|}{|H|} = \frac{|F|}{|H|} = \frac{|F|}{|H|}$$

מסקנה נוספת - $d(G)$ היא הממד המינימלי של קבוצת יוצרים
 של חבורה G אם G היא סופית, $H \leq G$

$$d(H) = d(G) - 1$$

הצגה $\varphi: F_{d(G)} \rightarrow G$ (המוחזרת) $\varphi(F_{d(G)}) = G$

$$[\varphi(F_{d(G)}), \varphi(H)] = [G, H]$$

כל בסיס של $\varphi(H)$ הוא בסיס של $\varphi(F_{d(G)})$ וכל קבוצת יוצרים
 של H היא $d(H) \leq d(\varphi(H))$ ומכאן המסקנה הראשונה
 איך מציבים נגזרת? F ?

אם אכן $\varphi(H)$ היא תתי חבורה חופשית, אז $\varphi(H)$ היא תתי חבורה חופשית
 קבוצת יוצרים (הקבוצה המינימלית של חבורה חופשית) היא תתי חבורה חופשית
 היא תתי חבורה חופשית (היא תתי חבורה חופשית)
 אם H נורמלית, אז $\varphi(H)$ היא תתי חבורה חופשית
 של החבורה F/H כי F/H היא תתי חבורה חופשית של F .

המשפט: אם G היא חבורה חופשית, אז G היא חבורה חופשית
 על קבוצת $\text{Cay}(G, S)$ הוא הקבוצה המינימלית של G
 יקווקז'ים = איברי G , הקבוצה המינימלית של G היא S וכל $s \in S$
 יש קשר מובנה $s \rightarrow s^{-1}$

$$f.i \leftrightarrow \text{אינסופי}$$

גורם היחס של Stallings
 גורם היחס של התחבורה H הוא "גורם" של
 H גורם היחס התחבורה פורמליזם האיות של כל
 הסגורית מהלוקס פורמליזם של פורמליזם "פוסט"
 גורם היחס פורמליזם של H נמצא גורם - אלוטו אלוטו
 בקלות אלו גורם של H גורם פורמליזם גורם פורמליזם

הערות פורמליזם גורם פורמליזם $\{H \leq F\}$
 פורמליזם פורמליזם

$$F_2 = \langle a, b \rangle = \langle ab, a, b \rangle$$

פורמליזם: פורמליזם X גורם F פורמליזם $F_x(H)$ גורם פורמליזם

$$\Gamma_x(H) \Leftrightarrow H \text{ פורמליזם}$$

$$rk H = e_r - (v_r - 1) = e_r - v_r + 1 = 1 - \chi(H) \text{ פורמליזם } F_x(H)$$

$$\Gamma_x(H) \Leftrightarrow H \leq_{p.i} F$$

פורמליזם

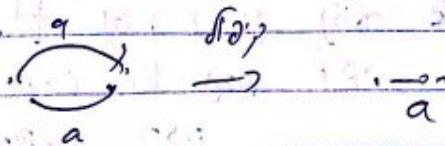
$$H = \langle s_1, s_2, s_3 \rangle \text{ פורמליזם } F \geq s_1, s_2, s_3 \text{ פורמליזם}$$

$$H \text{ פורמליזם } w \in F \text{ פורמליזם}$$

$$w \in F \text{ פורמליזם}$$

הקפול'ים (foldings) stallings le.

אנחנו נחזיק $\langle a, b \rangle = F_2$ נגיד
 נניח a ו- b הם שני קולות
 (אם a ו- b הם שני קולות
 הסימנים שלהם (הקצרים והארוכים) יקראו קפול'ים



Π_1 labeled (Γ)

אם Γ הוא גרף (קצרים ו-ארוכים)
 מה החבורה של האלמנטים החתומים
 ומה האלמנטים הסגורים

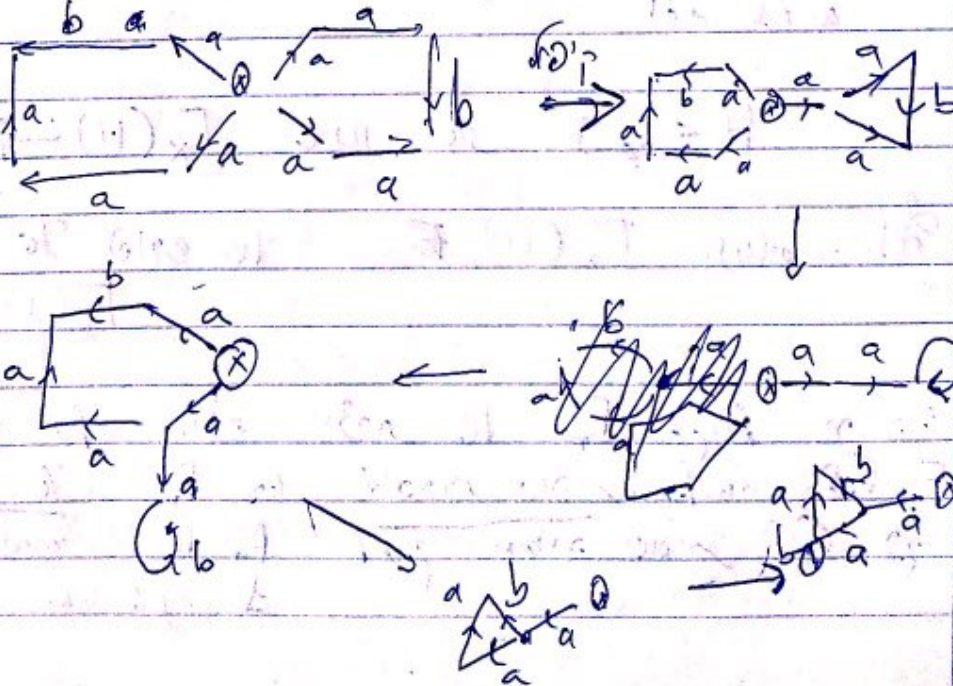
Π_1 labeled

הקפול'ים איתם נעבוד
 הנכונים: קפול'ים '3' ו-2

הייתכן $H = \langle s_1, \dots, s_k \rangle$, $s_1, \dots, s_k \in F$
 נניח $\langle s_1, \dots, s_k \rangle$ הם קפול'ים

$$H = \langle aba^{-3}, a^2ba^{-2} \rangle$$

הנכונים



הסקנה? צד הקיסוסים לא משנה.

שאלה: יהי $H \leq F_2$ קבוצת סובגרוֹפּים של F_2 . נניח כי $w \in F_2^{-1}$ ו- w אינו שייך ל- H . אז w הוא מילה שאינה יכולה להיווצר מתוך המילים ב- H .

השאלה: מהו המרחק בין המרכזים של שני המעגלים?
 תשובה: המרחק בין המרכזים הוא 10.

שאלה: מה ניתן לומר על $H \leq J$, אם J אינו קבוצת סגור?
תשובה: אפשר לדבר על מרחב ויקטורי V .
 $\Gamma_x(J) = J$ $\Gamma_x(H) = H$ אם $x \in H$.

מירבסמ'ל זינס: איסר: $\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{5}$ לולא קאנקאצן, סקאנקאצן
קליין אקטיוו, עומד L אונט, פונקציע, צעמ

מילים שיש להם אותיות

הקצרה: $w \in F$ (קראו סימנים) $w \in F$
 חסר מבט. $H \leq F$ - נקרא חומר $w \in F$
 גם $w \in F$ (חומר) $w \in F$ $\Rightarrow$ $w \in F$
 $H \leq F$ (חומר) $w \in F$

(*) W. O. N. G. I. M. (S)

$$\langle w \rangle \leq_{\text{pp}} F$$
$$H \leq_{\text{ref}} J \text{ s/c p.v.c. } \Gamma_X(H) \hookrightarrow \Gamma_X(J)_{\text{p/c}} \text{ (8)}$$

2.10 $\mathcal{H}$ $\mathcal{P}(\mathcal{H})$ $T_x(H)$ $\mathbb{R}$ $\mathcal{H}$ $\mathcal{P}(\mathcal{H})$ $T_x(J)$ $\mathbb{R}$

1. $\forall w \in F_n$ $\exists$ n $\forall$ m $n \leq m$ $w \in F_m$
 2. $\exists$ $w \in F_n$ $\forall$ m $n \leq m$ $w \in F_m$
 3. $\exists$ $w \in F_n$ $\forall$ m $n \leq m$ $w \in F_m$

$\omega \notin N \rightarrow$ $N \trianglelefteq F$ $\hookrightarrow N$ ק"מ

הערה: $\omega \in H$ $H \leq F$ $\omega \in H$ $N = \langle \omega \rangle$ $H \cong H/N$

$F \twoheadrightarrow F/H$ $\omega \in N \leq H$ $N \leq F$ $N = \ker \varphi$ $\varphi: F \rightarrow \text{Sym}(F/H)$

הערה: F_n היא "הקבוצה" (Hopfian) $\varphi: F \rightarrow F$ $\varphi \neq \text{id}$ $\varphi(F) \subsetneq F$

הערה: $\varphi: F \rightarrow F$ $\varphi \neq \text{id}$ $\varphi(F) \subsetneq F$ φ איננו F $\varphi(F) \subsetneq F$

$\text{Hom}(F_n, Q) = |Q|^n$ $f \circ \varphi^k(\omega_m) = \begin{cases} 1 & k=0 \\ \pm 1 & k>0 \end{cases}$

$F_n = \langle s_1, \dots, s_n \rangle$ $\varphi: F_n \rightarrow F_n$ $\varphi(s_i) = s_i$ $\varphi(s_i) = s_i$

H, J $H \leq J \leq F$ $P(H, J) = \min \{ p \mid \exists j_1, \dots, j_p \in J \}$

$P(\langle \omega \rangle, F_n) = n-1$ $\omega \in F_n$

$$\rho(H, J) = \text{rk}(J) - \text{rk}(H) \Leftrightarrow H \leq_{ff} J \quad \star$$

אין קורט בלעזשען H-7
מקרה 1: תכלית חלוקת הרכיבים H-7
אין תכלית חלוקת הרכיבים H-7

מקרה 2 הביטול והספול הפסול אצל ש
צמח נל הקצק (צ"ח) אפול.

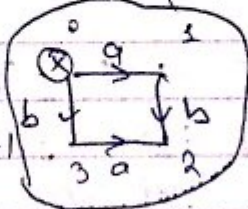
$\Gamma_X(J)$ and $\Gamma_X(H)$ are μ -measurable and J is
 $p(H, J) = p(H, \mu) + p(\mu, J)$ is a
 $p(H, \mu) + rk(J)$

[illegible][illegible]

(נא לא לכתוב פה)

$$\langle a b a^{-1} b^{-1} \rangle = 1 \leq F_3$$

$$p(H, F_3) = p(H, F_2) +$$



!cwp!?

0-1 0.5
2-3

↓ 0-3 0.35
1-2

$$\mathbb{Q} \xrightarrow{b} \mathbb{Q}^a$$

$$bG \otimes_a \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \cdot b$$

דבר נוסף, F_2 נכנסת לרשת