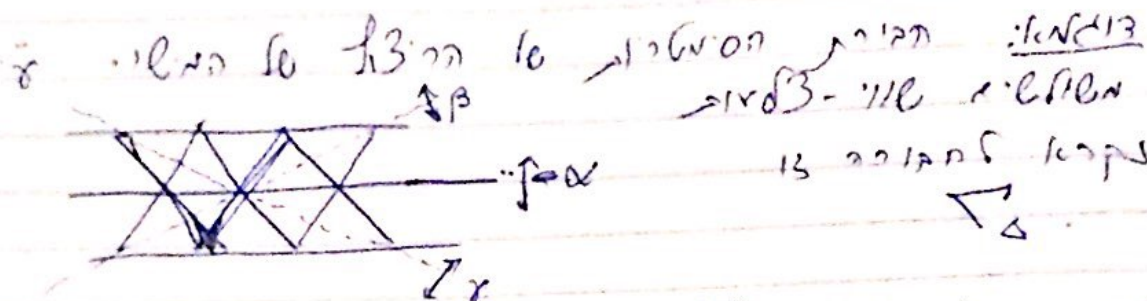


Geometric and Combinatorial group theory - Bridson



$$\Gamma_\Delta = \langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$$

$$(\alpha\gamma)^5 = 1, (\beta\gamma)^3 = 1, \alpha^2 = 1, \beta^2 = 1, \gamma^2 = 1$$

$$\langle \alpha, \beta, \gamma \mid \alpha^2, \beta^2, \gamma^2, (\alpha\beta)^3, (\alpha\gamma)^5, (\beta\gamma)^3 \rangle$$

$$F_3 = F(\{a, b, c\})$$

F_3 : החבורה של איברי F_3 המציינים את הסדר והכיוון של הקשתות.
 הפעולה : שילוב + צמצום, יחידה : האלמנט היחיד.
 אלמנט : כל איבר בחבורה.

1. F חבורה, $S \subseteq F$, S איש החבורה.
 חבורת שקילות, S איש חבורת S (קטל דסיס).
 "אין יחסים" : האלמנט החבורה S יחידה שלום לחיבה.
 חבורת חבורה, S חבורה חבורה.
2. לכל איבר F יש S יחידה S איבר S .
3. תכונה אונקטורית : לכל חבורה H ולכל פונקציה $\varphi: H \rightarrow S$,
 יש תחביר יחידה $\psi: H \rightarrow S$.

$\phi: G \rightarrow H$ is a homomorphism. $2 \leq 3$
 $\phi(w_1 w_2) = \phi(w_1) \phi(w_2)$ for all $w_1, w_2 \in G$.
 $\phi(w_1^{-1}) = \phi(w_1)^{-1}$ for all $w_1 \in G$.

$1 \leq 2$ and $2 \leq 3$ imply $1 \leq 3$.
 $\phi(1) = 1$ and $\phi(g^{-1}) = \phi(g)^{-1}$.

$\phi: G \rightarrow H$ is a homomorphism. $3 \leq 2$
 $\phi(g_1 g_2) = \phi(g_1) \phi(g_2)$ for all $g_1, g_2 \in G$.
 $\phi(g_1^{-1}) = \phi(g_1)^{-1}$ for all $g_1 \in G$.
 $\phi(g_1 g_2^{-1}) = \phi(g_1) \phi(g_2)^{-1}$ for all $g_1, g_2 \in G$.

$2 \leq 3$ and $3 \leq 2$ imply $2 \leq 2$.

$\phi: G \rightarrow H$ is a homomorphism. $2 \leq 3$ and $3 \leq 2$ imply $2 \leq 2$.

$\phi: G \rightarrow H$ is a homomorphism. $2 \leq 3$ and $3 \leq 2$ imply $2 \leq 2$.
 $\phi(g_1 g_2) = \phi(g_1) \phi(g_2)$ for all $g_1, g_2 \in G$.
 $\phi(g_1^{-1}) = \phi(g_1)^{-1}$ for all $g_1 \in G$.

$\phi: G \rightarrow H$ is a homomorphism. $2 \leq 3$ and $3 \leq 2$ imply $2 \leq 2$.
 $\phi(g_1 g_2) = \phi(g_1) \phi(g_2)$ for all $g_1, g_2 \in G$.
 $\phi(g_1^{-1}) = \phi(g_1)^{-1}$ for all $g_1 \in G$.

הקבוצה F_1 תהי $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ ההעתקה
 מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 ההעתקה $\varphi^{-1}: F_2 \rightarrow F_1$ מהחבורה F_2 אל החבורה F_1

אם $\varphi: F_2 \rightarrow F_1$ היא ההעתקה מהחבורה F_2 אל החבורה F_1 $\hat{\varphi}: F_2 \rightarrow F_1$
 אז φ היא ההעתקה מהחבורה F_2 אל החבורה F_1 $\hat{\varphi}: F_2 \rightarrow F_1$

הקבוצה F_1 תהי $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 ההעתקה $\varphi^{-1}: F_2 \rightarrow F_1$ מהחבורה F_2 אל החבורה F_1

[הקבוצה F_1 תהי $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 ההעתקה $\varphi^{-1}: F_2 \rightarrow F_1$ מהחבורה F_2 אל החבורה F_1]

אם $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ היא ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 אז φ היא ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$

הקבוצה F_1 תהי $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 ההעתקה $\varphi^{-1}: F_2 \rightarrow F_1$ מהחבורה F_2 אל החבורה F_1

אם $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ היא ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 אז φ היא ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$

הקבוצה F_1 תהי $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 ההעתקה $\varphi^{-1}: F_2 \rightarrow F_1$ מהחבורה F_2 אל החבורה F_1

אם $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ היא ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 אז φ היא ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$

הקבוצה F_1 תהי $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$ ההעתקה מהחבורה F_1 אל החבורה F_2 $\hat{\varphi}: F_1 \rightarrow F_2$
 ההעתקה $\varphi^{-1}: F_2 \rightarrow F_1$ מהחבורה F_2 אל החבורה F_1

① $\langle R \rangle$ is the normal closure of R in $F(S)$.
 ② The quotient group $F(S)/\langle R \rangle$ is isomorphic to the group defined by the presentation $\langle S | R \rangle$.
 ③ The quotient group $F(S)/\langle R \rangle$ is isomorphic to the group defined by the presentation $\langle S | R \rangle$.

The quotient group $F(S)/\langle R \rangle$ is isomorphic to the group defined by the presentation $\langle S | R \rangle$.

The quotient group $F(S)/\langle R \rangle$ is isomorphic to the group defined by the presentation $\langle S | R \rangle$.

$$\begin{aligned} a &\rightarrow x \\ b &\rightarrow y \\ c &\rightarrow z \end{aligned}$$

The quotient group $F(S)/\langle R \rangle$ is isomorphic to the group defined by the presentation $\langle S | R \rangle$.

The quotient group $F(S)/\langle R \rangle$ is isomorphic to the group defined by the presentation $\langle S | R \rangle$.

$$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \cong \langle a | a^n \rangle$$

$$\begin{aligned} ab=ba \quad aba^{-1}b^{-1} &= 1 \quad \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \cong \langle a, b | (a, b) \rangle \\ F(\{a, b\}) &= f_2 \cong \langle ab \rangle \\ f_2 &\cong \langle a, b, c | c \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_n &\cong \langle a, b | a^n, b^2, baba \rangle \\ D_n &\cong \langle a, b | a^2, b^2, (ab)^n \rangle \end{aligned}$$

$$D_\infty \cong \langle a, b | a^2, b^2 \rangle$$

$$\begin{aligned} \text{Free group} \quad D_\infty &\cong \langle a, b, c | ab^{-1}a^{-1} = b^2 \rangle \\ bcb^{-1} &= b^2 \\ cab^{-1} &= a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} aba &= b^2 \\ bcb &= c^2 \\ \cancel{aca} &= a^2 \\ cdc &= d^2 \\ dad &= a^2 \end{aligned}$$

$(a, b, c, d) \leftarrow$ חזאים אקסוס'ר בלשני

קמאלי של Dehn - 1912 שנתקל ז"אלי התחיל
חיל / שאל (1) קצ"ר החלה (2) קצ"ר חזמאלי
(3) קצ"ר חזמאלי

קצ"ר החלה : האם יש אלגוריתם שביינתן הצגה מסוי
של חבורה קופר אפ משה למעשה שווה למחצית?

קצ"ר חזמאלי : האם יש קופר אפ שתי מילים
מחלה מזהירות אינן צמודות? זה כ"ע

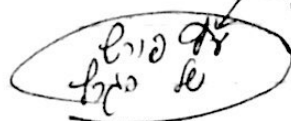
קצ"ר חזמאלי : ביינתן שתי חזמאלי, האם החבורה חזמאלי?
זה כ"ע

* 2-1932, Magnus, תמאצו של Dehn, חבורות
תצ' חס'אלי קצ"ר החלה בתיח.
שתי הקדוץ האמילי פתוחו - קצ"ר חבורות חזמאלי
חס'אלי

תת חבורה של חבורה חופשית
משפט (נילסן שנות 1920) תת חבורה של חבורה חופשית
היא חופשית

צוואר $H \leq F_2$ תת החבורה של F_2 האמילי מאורז כתי:

מילה כפאלי - מחולק סקור
שמותי ומסומן - *



האמילי H של H
המחולק אלא פתוח - u קצ"ר מחולק * לטויה =
החבורה החופשית e_1, e_2, e_3

H מכלול קבוצה (e, e_1, e_2, e_3) $\leftarrow$ H מכלול קבוצה
 שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.
 e, e_1, e_2, e_3 $\leftarrow$ $a^2 b^2 b$
 e_3 $\leftarrow$ b^2

מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.
 מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.

מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.
 מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.

מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.
 מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.

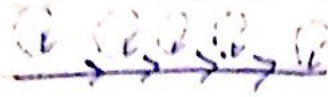
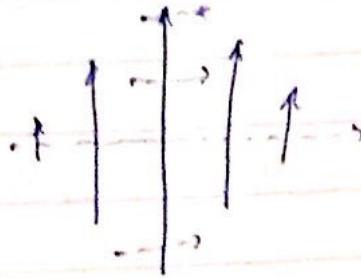
מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.

מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.

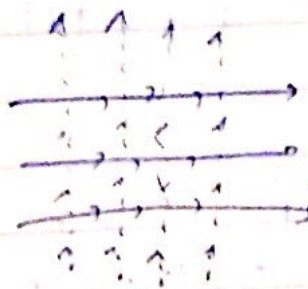
מכלול קבוצה H שבו e הוא היחידה, e_1, e_2, e_3 הם איברים נוספים.

F_2 CO

$$\{w \in F_2 \mid \begin{matrix} \text{rank} \\ \text{of } w \\ a' = 0 \end{matrix}\}$$

 $\{e\}$ 

$$\{w \in F_2 \mid \#a = \#a^{-1} \text{ and } \#b = \#b^{-1}\}$$



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{2n}}{F_n} = 2$

השאלה: האם $\omega \in F_2$ יכול להיות שרירותי?