

13.3.17

הורצת 1

shuri@post.tau.ac.il

10:30-11:30 ער"ה . 306 . סוף שנה

פרטים: יום

שם: חתום: שעות:

1. אינטגרל פ. (קצת פחות מ-1/3 קומ)

2. סכומים של שונות - סדרה, סדרה (התחלה קטנה)

3. תכונות הכמה משת"פ.

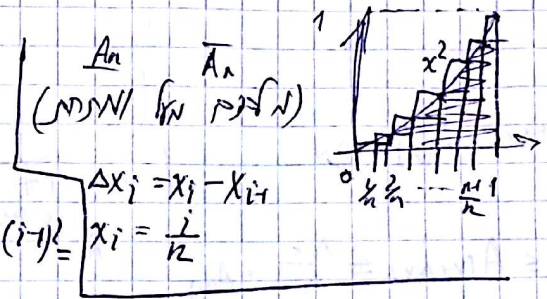
אינטגרל פ. - הקצת

א' א' א' - ש = ab

$$\bar{A}_n = \sum_{i=1}^n \Delta x_i f(x_i) = \sum_{i=1}^n \frac{i}{n^3} = \frac{1}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2$$

$$\underline{A}_n = \sum_{i=1}^n \Delta x_i f(x_{i-1}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{i-1}{n}\right)^2 \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^3} \sum_{i=1}^n (i-1)^2$$

$$= \frac{1}{n^3} \sum_{i=0}^{n-1} i^2$$



$\bar{A}_n, \bar{A}_n - \delta$ נוסחה נוסחה 0.1 $\underline{A}_n \leq S \leq \bar{A}_n$, נוסחה

$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{A}_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \underline{A}_n$ נוסחה נוסחה $\frac{1}{n} = \bar{A}_n - \underline{A}_n$ נוסחה

נוסחה

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\bar{A}_n = \frac{1}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \underline{A}_n = \frac{1}{n^3} \cdot \frac{(n-1)n(2n-1)}{6}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{A}_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \underline{A}_n = \frac{1}{3}$$

נוסחה

$\theta^0, \theta^1, \theta^2, \dots, \theta^n, 0$ נוסחה $0 < \theta < 1$, נוסחה

$$\underline{A}_{n,\theta} \leq S \leq \bar{A}_{n,\theta}$$



$$\bar{A}_{n,\theta} = \sum_{i=0}^{n-1} \Delta \theta_i f(\theta_i) = \sum_{i=0}^{n-1} (\theta^i - \theta^{i+1}) \theta^{i\alpha} = \sum_{i=0}^{n-1} \theta^i (1-\theta) \theta^{i\alpha} \left[\theta^{n\alpha} \rightarrow 0 \right]$$

$$\underline{A}_{n,\theta} = \sum_{i=0}^{n-1} \theta^i (1-\theta) \theta^{(i-1)\alpha}$$

$$\bar{A}_\theta = \sum_{i=0}^{\infty} \theta^{i(1+\alpha)} (1-\theta), \quad \underline{A}_\theta = \sum_{i=0}^{\infty} \theta^{i(1+\alpha)} (1-\theta) \theta^\alpha$$

המשפט של הממוצע - f היא פונקציה רציפה ונגזרת על $[a, b]$ אז קיים $\xi \in (a, b)$ כך ש- $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
 נוסחה: $\int \frac{1}{x} = \ln|x| + C$, $\ln e = 1$.

הערות: (1) f חייבת להיות רציפה ונגזרת על $[a, b]$ (גזירה חלקית).

הערה 2: אם f היא פונקציה רציפה ונגזרת על $[a, b]$ אז קיים $\xi \in (a, b)$ כך ש- $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
 נוסחה: $\int \frac{1}{x} = \ln|x| + C$, $\ln e = 1$.

3. אינטגרל רימן - f היא פונקציה רציפה ונגזרת על $[a, b]$ אז קיים $\xi \in (a, b)$ כך ש- $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

הערה: f היא פונקציה רציפה ונגזרת על $[a, b]$ אז קיים $\xi \in (a, b)$ כך ש- $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
 נוסחה: $\int \frac{1}{x} = \ln|x| + C$, $\ln e = 1$.

הערה: f היא פונקציה רציפה ונגזרת על $[a, b]$ אז קיים $\xi \in (a, b)$ כך ש- $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
 נוסחה: $\int \frac{1}{x} = \ln|x| + C$, $\ln e = 1$.

הערה: f היא פונקציה רציפה ונגזרת על $[a, b]$ אז קיים $\xi \in (a, b)$ כך ש- $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

הערה: f היא פונקציה רציפה ונגזרת על $[a, b]$ אז קיים $\xi \in (a, b)$ כך ש- $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
 נוסחה: $\int \frac{1}{x} = \ln|x| + C$, $\ln e = 1$.

הערה: f היא פונקציה רציפה ונגזרת על $[a, b]$ אז קיים $\xi \in (a, b)$ כך ש- $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
 נוסחה: $\int \frac{1}{x} = \ln|x| + C$, $\ln e = 1$.

דוגמה 3.2: יהי $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ תוקה, $\{a = x_0 < \dots < x_n = b\} = \pi$ חלוקה של $[a, b]$ ופונקציה f בסיס תוקה ופונקציה f בסיס תוקה:

$$S(f, \pi, \{t_i\}_{i=1}^n) = \sum_{i=1}^n \Delta x_i f(t_i)$$

כאשר $n \in \mathbb{N}$, $a \leq t_1 \leq \dots \leq t_n \leq b$ ו- $\rho > 0$, $n \in \mathbb{N}$.

דוגמה 3.2: [גורם אפס] יהי $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה. נגדיר f ו- f אפס. יהי $\delta > 0$ ו- $\epsilon > 0$ קיימים I ו- π כך ש-

$$|S(f, \pi, \{t_i\}) - I| < \epsilon$$

כאשר $\lambda(\pi) < \delta$ ו- $\pi = \{x_0 < x_1 < \dots < x_n\}$ חלוקה של $[a, b]$ ו- $t_i \in [x_{i-1}, x_i]$ נקודות תוקה.

המשפט $\int_a^b f(x) dx = I$ נכון. f פונקציה רציפה. $a, b \in \mathbb{R}$.

אם f פונקציה רציפה ו- $R([a, b])$ פונקציה רציפה, אז:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda(\pi) \rightarrow 0} S(f, \pi, \{t_i\})$$

כאשר f פונקציה רציפה ו- $R([a, b])$ פונקציה רציפה.