

משפט: אם R הוא חוג כאלו
 פירוק R ; $R \cong R^{e_1} \oplus \dots \oplus R^{e_m}$ כאשר $0 < e_1 \leq e_2 \leq \dots \leq e_m$
 אם $T \cong R/p^{e_1} R \oplus \dots \oplus R/p^{e_m} R$ אז T חתומה
 (ע' שחל) R חתומה $T \neq 0$
 * $T \cong R/p^{e_1} R \oplus \dots \oplus R/p^{e_m} R$ כאשר $0 < e_1 \leq e_2 \leq \dots \leq e_m$
 * T חתומה

משפט: אם T חתומה אז $T/pT \cong (R/p)^m$
 * $T/pT \cong (R/p)^m$
 * $T/pT \cong (R/p)^m$

$$pT \cong pR/p^{e_1} R \oplus \dots \oplus pR/p^{e_m} R$$

$$T/pT \cong R/p^{e_1} R \oplus \dots \oplus R/p^{e_m} R$$

משפט: אם T חתומה אז $\dim_{R/p} T/pT = m$
 * $\dim_{R/p} T/pT = m$
 * $\dim_{R/p} T/pT = m$

$$pT/p^2T = \# \{e_i > 1\}$$

$$\dim_{R/p} p^k T/p^{k+1} T = \# \{e_i > k\}$$

משפט: נאם T חתומה אז $T \cong \bigoplus T_i$
 * $T \cong \bigoplus T_i$
 * $T \cong \bigoplus T_i$
 * $T \cong \bigoplus T_i$

משפט: יהי T חתומה אז $T \cong R/d_1 \oplus \dots \oplus R/d_m$
 * $T \cong R/d_1 \oplus \dots \oplus R/d_m$
 * $T \cong R/d_1 \oplus \dots \oplus R/d_m$

המרחב $R[x]$ מתפרק למכפלה של $R[x]$ ו- $R[x]$ $d_i = \prod p_{ij}^{e_{ij}}$ $R[x] \cong \bigoplus R[x]/p_{ij}^{e_{ij}}$

אם $e_{1,p} \leq \dots \leq e_{m,p}$ אז $T = \bigoplus T_p$ $d_m = \prod p^{e_{m,p}}$ $m = \max \{m_p\}$

$$d_{m-1} = \prod p^{e_{m-1,p}} \quad d_{m-2} = \prod p^{e_{m-2,p}}$$

אם $p^{e_{ij,p}} = 1$ אז $p_{ij} = 1$

המרחב $R[x]$ מתפרק למכפלה של $R[x]$ ו- $R[x]$ $d_i = \prod p_{ij}^{e_{ij}}$ $R[x] \cong \bigoplus R[x]/p_{ij}^{e_{ij}}$

המרחב $R[x]$ מתפרק למכפלה של $R[x]$ ו- $R[x]$ $d_i = \prod p_{ij}^{e_{ij}}$ $R[x] \cong \bigoplus R[x]/p_{ij}^{e_{ij}}$

$$V \cong \bigoplus_{ij} R[x]/(x - \alpha_j)^{e_{ij}}$$

המרחב $R[x]$ מתפרק למכפלה של $R[x]$ ו- $R[x]$ $d_i = \prod p_{ij}^{e_{ij}}$ $R[x] \cong \bigoplus R[x]/p_{ij}^{e_{ij}}$

המרחב $R[x]$ מתפרק למכפלה של $R[x]$ ו- $R[x]$ $d_i = \prod p_{ij}^{e_{ij}}$ $R[x] \cong \bigoplus R[x]/p_{ij}^{e_{ij}}$

המרחב $R[x]$ מתפרק למכפלה של $R[x]$ ו- $R[x]$ $d_i = \prod p_{ij}^{e_{ij}}$ $R[x] \cong \bigoplus R[x]/p_{ij}^{e_{ij}}$

$$(x - \alpha_j)^{e_{ij}} = x^{e_{ij}} + \sum_{k=0}^{e_{ij}-1} \binom{e_{ij}-1}{k} (-\alpha_j)^k x^k$$

המרחב $R[x]$ מתפרק למכפלה של $R[x]$ ו- $R[x]$ $d_i = \prod p_{ij}^{e_{ij}}$ $R[x] \cong \bigoplus R[x]/p_{ij}^{e_{ij}}$

$$1 \mapsto x = \alpha_j + (x - \alpha_j)$$

$$x - \alpha_j \mapsto \alpha_j(x - \alpha_j) + (x - \alpha_j)^2$$

$$(x - \alpha_j)^i \mapsto \alpha_j(x - \alpha_j)^i + (x - \alpha_j)^{i+1}$$

3. קטגוריות ופונקטורים

קטגוריה $\mathcal{C}$ היא מורכבת מ:

(1) אוסף של אובייקטים $ob(\mathcal{C})$

(2) אוסף של מורפזמים

לכל $x, y \in ob(\mathcal{C})$ יש אוסף מורפזמים $Hom_{\mathcal{C}}(x, y)$

(3) $x, y, z \in ob(\mathcal{C})$ ו- $f: x \rightarrow y$ ו- $g: y \rightarrow z$ הרכבה

$$Hom_{\mathcal{C}}(x, y) \times Hom_{\mathcal{C}}(y, z) \rightarrow Hom_{\mathcal{C}}(x, z)$$

$$(f, g) \mapsto g \circ f$$

ואתחילת האקסיומות:

(1) הרכבה היא אסוציאטיבית
(2) לכל x אובייקט $id_x \in Hom_{\mathcal{C}}(x, x)$ יחידה
מתקיים $f \circ id_x = f$ ו- $id_y \circ g = g$

ניתן להניח ש- $ob(\mathcal{C})$ היא מחלקה, $Hom(x, y)$ קבוצה
(קטגוריות קטנות מקומות)

סינון אחר: תהיה $\mathcal{C}$ של אוסף אובייקטים ו- Hom מורפזמים
קבוצה אחת - שנקראת "קטגוריה"
אקסיומה של אסוציאטיביות: לכל $f: x \rightarrow y$ ו- $g: y \rightarrow z$ קיים $g \circ f: x \rightarrow z$
אז יש מונח דריג (או נשים?) אז כל המורפזמים שממנו
הם קבוצה.

נניח $f: x \rightarrow y$ נניח $x \in ob(\mathcal{C})$ ו- $y \in ob(\mathcal{C})$ ו- $f \in Hom_{\mathcal{C}}(x, y)$
אז $x \xrightarrow{f} y$ ו- $f \in Hom_{\mathcal{C}}(x, y)$
קטגוריות של אובייקטים

Set*, Top, Rmod*, RMod, Ring, Set

(האובייקטים) $(X, \sim)$ קבוצה X ו- $\sim$ (המורפזמים)

$f: X \rightarrow Y$ ו- $f \in Hom((X, \sim), (Y, \sim))$
 $f(x) = y$

part

Homotopy top- $HT_{\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}}B$

op X

DP/K

Сор

$$ob(C) \subseteq ob(C')$$

$$\text{Hom}_C(X, Y) \subseteq \text{Hom}_C(X, Y)$$

הנהגתו נכונה ונכונה.

קטלוגה וקראג ציסקרטיל אס יס קן אר מורפיא יבול

(ପ୍ରକାଶନ ଦିନ ୦୫ ମାର୍ଚ୍ଚ ୨୦୧୮)

INSOMNIA EN 2300 S ER groupoid

$$\exists g: Y \rightarrow X$$
$$g \circ f = id_X$$
$$f \circ g = id_X$$

70

7/16 e: G

פנקס זארה

4. हृत्पुत्र

תבונה

מה

2

$$\text{Hom}_G(a, a) = G \quad a \in \pi_k$$

$\text{Hom}(a, x) = 1$
 $a \in C$
 $\text{Hom}(a, x)$

$(a = 0)$
 $0 \cdot x \rightarrow y$
 $x \rightarrow 0 \rightarrow y$

$F: A \rightarrow B$
 $X, Y \in \text{Ob}(A)$
 $F: \text{Hom}_A(X, Y) \rightarrow \text{Hom}_B(FX, FY)$

$F \cdot \text{id}_X = \text{id}_{FX}$

$Fg \circ f = Fg \circ Ff$
 $X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} Z$
 $FX \xrightarrow{Ff} FY \xrightarrow{Fg} FZ$

$F: A \rightarrow B^{\text{op}}$

$\text{for: } \text{Grp} \rightarrow \text{Set}^*$
 $G \rightarrow (G, e)$
 $\text{for: } \text{Grp} \rightarrow \text{Set}$

$\text{for: } \text{Top} \rightarrow \text{Set}$
 $\text{Hom}_C(x, \cdot): C \rightarrow \text{Set} \mid x \in C$
 $\text{Hom}(X, \cdot)$
 $\text{Hom}(X, Y) \xrightarrow{f} \text{Hom}(X, Z)$

$f: Y \rightarrow X$
 $f_{y,y} = x$
 $\text{Hom}(\cdot, x)$
 $(Y, y) \rightarrow (Z, z)$
 $f \rightarrow g$

$$F\left(\underset{f}{(y, y)}\right) = f^{-1}(x)$$

$$0 \rightarrow I \xrightarrow{\varphi} M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow 0$$

$$\varphi = \varphi, \quad \alpha = \text{id}_{\Gamma}, \quad \text{and} \quad (3) \Leftarrow (1)$$

$\text{Hom}(-, J) = \text{Hom}(-, I) \oplus \text{Hom}(\text{ker } j, \text{coker } j)$

$$\dots \rightarrow M^{i-1} \xrightarrow{d^i} M^i \xrightarrow{d^{i+1}} M^{i+1}$$

$$\ker(d^{i+1}) \supseteq \operatorname{Im}(d^i)$$

המשפט: $M \models \underline{M}(R)$ $\Leftrightarrow$ $M \models R$ $\Leftrightarrow$ $M \models \bigwedge_{i=1}^n p_i \rightarrow p_0$

$$0 \rightarrow M \rightarrow I_0 \rightarrow I_1 \rightarrow \dots$$

$$\rightarrow p_1 \rightarrow p_0 \rightarrow M \rightarrow 0$$

$$\text{Tor}_A^i(M, N) = H^{-i}(C^\bullet)$$

הצורה: רגלובית פויקסיזת הן יחידה של צב שקלו המואס.

$$M_1 \otimes N \rightarrow M_2 \otimes N \rightarrow M_3 \otimes N \rightarrow 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \rightarrow & P_1' & \rightarrow & P_2' & \rightarrow & P_3' \rightarrow 0 \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & P_1^0 & \rightarrow & P_2^0 & \rightarrow & P_3^0 \rightarrow 0 \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \rightarrow & M_1 & \rightarrow & M_2 & \rightarrow & M_3 \rightarrow 0 \end{array}$$

Scanned with CamScanner

דוגמה: יהי M מודול R חופשי.

(1) $\text{Tor}^0(M, -) = 0$

(2) $\text{Tor}^1(M, -) = 0$

(3) $\forall i > 0, \text{Tor}^i(M, -) = 0$

(4) $0 \rightarrow M' \rightarrow M'' \rightarrow M \rightarrow 0$ סדרה קצרה

$0 \rightarrow M' \otimes N \rightarrow M'' \otimes N \rightarrow M \otimes N \rightarrow 0$ סדרה קצרה

הוכחה: (1) $\Leftarrow$ (3) $\Leftarrow$ (2) $\Leftarrow$ (1)

(2) $\Leftarrow$ (3)

(4) $\Leftarrow$ (2)

(1) $\Leftarrow$ (2)

מכיוון ש M חופשי

סדרה קצרה

$\text{Tor}^1(M, N) \rightarrow M \otimes N' \rightarrow M \otimes N \rightarrow M \otimes N'' \rightarrow 0$

(2) $\Leftarrow$ (4)

לכן הסדרה $0 \rightarrow K \rightarrow A' \rightarrow M \rightarrow 0$ היא סדרה קצרה

(3) $0 \rightarrow K \rightarrow A' \rightarrow M \rightarrow 0$

יהי $N \in \mathcal{M}(R)$ אז $N \otimes K \rightarrow N \otimes A' \rightarrow N \otimes M \rightarrow 0$

$\text{Tor}^1(A', N) \rightarrow \text{Tor}^1(M, N) \rightarrow K \otimes N \rightarrow A' \otimes N \rightarrow M \otimes N \rightarrow 0$

אם $A' \otimes N = 0$

אז

$0 \rightarrow K \otimes N \rightarrow A' \otimes N \rightarrow M \otimes N \rightarrow 0$

$\text{Tor}^1(M, N) = 0$

אז

$\rightarrow M \otimes N \rightarrow 0$

אם $0 \leq n, m$ ו M מודול חופשי סופי

אז $A^n \rightarrow A^m \rightarrow A \rightarrow 0$ סדרה קצרה

אז $0 \rightarrow K \rightarrow N \rightarrow M \rightarrow 0$

$0 \rightarrow K \rightarrow N \rightarrow M \rightarrow 0$

$0 \rightarrow K \rightarrow N \rightarrow M \rightarrow 0$

הוכחה: יהי M מודול חופשי סופי (R, m)

$A^n \rightarrow M$
 סדרה קצרה של מודולים $A^n \rightarrow M \rightarrow 0$ וקטרי A^n מוננים.
 $0 \rightarrow K \rightarrow A^n \rightarrow M \rightarrow 0$

$$0 \rightarrow K \otimes k \rightarrow k^n \xrightarrow{\sim} M \otimes k \rightarrow 0$$

$\uparrow$
 מודול קטן
 של A

$K \otimes_A k = 0$, מודול קטן של A , $k=0$