

### ב'3- הידועה ו (הו) שיו (6)

אלגוריתם

תצורה י.  $f: R \rightarrow S$  הוא' של מו'ם

בה משרה מבנה של  $R$  מוצו-  $R$ :

$$r \cdot s = f(r) \cdot s$$

נאמר ש-  $S$  הוא אלגוריתם-  $R$ .

באופן שקול, מו'  $S$  מ' מבנה של מוצו-  $R$  כך

שמי' המבנה הוא'.

מבנה הוא'  $f: R \rightarrow S$

$$r \rightarrow r \cdot 1$$

$$s_2 (r \cdot s_1) = r (s_1 \cdot s_2) \quad , r \in R, s_1, s_2 \in S$$

המונחים של אלגוריתם-  $R$  : נאמר  $\varphi: S_1 \rightarrow S_2$

הוא המונח' של אלגוריתם-  $R$  אם הוא הוא' המונח'



הצורה: אם  $R = 1$  שבה  $1 \neq 0$  של  $f: K \rightarrow S$

היא ה' מו' מו' ו'ם ל'ם באופן שקול

א'  $1 - f(R)$  י'  $x \cdot 1 = x$

אכן אלגוריתם-  $K$  בה מו'  $S$  שמי' מ' א'.

הצורה: של מו' הוא אלגוריתם-  $\mathbb{Z}$  באופן י' מו'.

כ'  $\varphi: \mathbb{Z} \rightarrow R$  הוא' י'  $R$

הצורה: אם  $f(x_1, \dots, x_n)$  הוא פולינום מ'  $R$

מבנה  $R$  -  $S$  אלגוריתם-  $R$  של מ'  $\mathbb{N}$

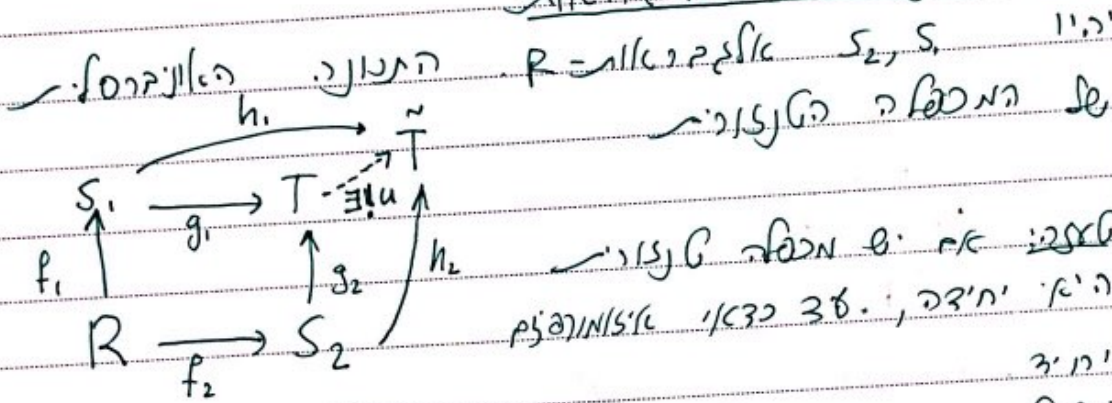
ה' מו'  $f$  באופן  $(x_1, \dots, x_n) \in S^n$

לומר  $f(x_1, \dots, x_n) \in S$  מו'ם.

הקבוצה  $S$  יהי אלגברה  $R$   
 נאמר ש  $S$  נ' מוד  $R$ , אז יש  $f \in R[x_1, \dots, x_n]$  כן  
 $s = f(x_1, \dots, x_n)$  ל-  $s \in S$

נאמר ש-  $S$  סופית מוד  $R$ , אם  $S$  נ' כמובן  $R$ .  
 נאמר שהוא נ', אם הוא נ' באלגברה  $\mathbb{Z}$ .

מכפלה טרנזיט של אלגבראות:



לעצמי: אם יש מכפלה טרנזיט  
 היא יחידה, שכל כדאי איזומורפיזם  
 יחיד

משפט: קיימת מכפלה טרנזיט של אלגבראות  $R$ .  
הוכחה: כמובן  $T = S_1 \otimes S_2$  מוד  $R$

$$(s_1, s_2, s'_1, s'_2) \mapsto s_1 s'_1 \otimes s_2 s'_2$$

היא ביניארית  $R$

מכפלה  $T \times T \rightarrow T$

$$(s_1 \otimes s_2, s'_1 \otimes s'_2) \mapsto s_1 s'_1 \otimes s_2 s'_2$$

$$\left( \left( \sum_i s_{1,i} \otimes s_{2,i} \right) \otimes \left( \sum_j s'_{1,j} \otimes s'_{2,j} \right) \right) = \dots$$

$$\dots = \sum_{ij} s_{1i} s_{1j}^1 \otimes s_{2i} s_{2j}^1$$

1⊗1 זה נותן את המכנה המשותף של המונה והמכנה  
 $0 \otimes 1 = 1 \otimes 0 = 0 \otimes 0$  מכנה זה

המקור:  
 $R \xrightarrow{f_1} S \xrightarrow{g_1} T$

המקור:  
 $g_1 \circ f_1(r) = g_1(r \otimes 1) = r \otimes 1 = g_2 \circ f_2(r)$   
 $= 1 \otimes r = g_2 \circ f_2(r)$

המקור: זהו קריטריון התאמה בין שני מרחבי וקטורים.

②  $u(s_1 \otimes s_2) = u(s_1) \cdot u(s_2)$

$u(1 \otimes s_2) = u(g_1(s_1)) \cdot u(g_2(s_2)) =$

$= h_1(s_1) \cdot h_2(s_2)$

$T = S_1 \otimes_R S_2 \rightarrow$  זהו מרחב וקטורי על  $R$  וזהו מרחב וקטורי על  $S$ .

זהו מרחב וקטורי על  $R$  וזהו מרחב וקטורי על  $S$ .

המקור: זהו קריטריון התאמה בין שני מרחבי וקטורים.

המקור: זהו קריטריון התאמה בין שני מרחבי וקטורים.

המקור: זהו קריטריון התאמה בין שני מרחבי וקטורים.

$K[X] \otimes K[X] = K[Z, W]$

$K[X] \otimes_K K[Y]$

$\mathbb{Q}(\sqrt{2}) \otimes_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}) \times \mathbb{Q}(\sqrt{2})$

$\mathbb{Q}(\sqrt{2}) \otimes_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$

PID  $\text{فرق}$   $\text{درجہ}$   $\text{میں}$   $\text{تفاوت}$

[illegible]

$\sqrt[n]{A} \approx A^{1/n}$

1.  $\text{Sizunon } M \subseteq F \text{ pda, } A - \text{Sizunon, } \text{rank } F = n$   
 2.  $\text{rank } M \leq \text{rank } F$

$n=1$   $\rightarrow$   $n = rk F$   $\&$   $M = (a)$   $src$   $F = A$   $PID$   $A$

$\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \otimes \mathbb{Z} \cong \mathbb{Q} \otimes M$   $A \cdot a = 0$  in  $S \otimes \mathbb{Q}$   
 $\mathbb{Q} \otimes \mathbb{Z} \cong \mathbb{Q}$   $(a) \subseteq A$   $a \neq 0$   $e$  in  $\mathbb{Q}$   
 $x \mapsto a \cdot x$

$$0 \rightarrow A^{n-1} \xrightarrow{p} A^n \xrightarrow{p} A \rightarrow 0$$

$$M \subseteq A^n$$

$$\textcircled{1} \rightarrow M \cap A \xrightarrow{\alpha-1} M \xrightarrow{P_M} P(M) \xrightarrow{\chi_A} 0 \quad M-\delta \text{ } \text{ممنوع} \text{ } \text{له} \text{ } \text{استدلال}$$

$P(M) = 0$  if  $P(M) \approx A$   
 $M \cap A \approx A^{n-1} - \emptyset$  if  $M \leq A^{n-1}$ ,  $P(M) = 0$  if  $M \leq A^{n-1}$   
 $P(M) \approx A$  if  $M \leq A^{n-1}$

$$0 \rightarrow A^m \rightarrow M \rightarrow A \rightarrow 0 \quad \text{קטגוריית המודולים}$$

$$(0 \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \rightarrow 0)$$

$$\mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$$

המקרה הכללי

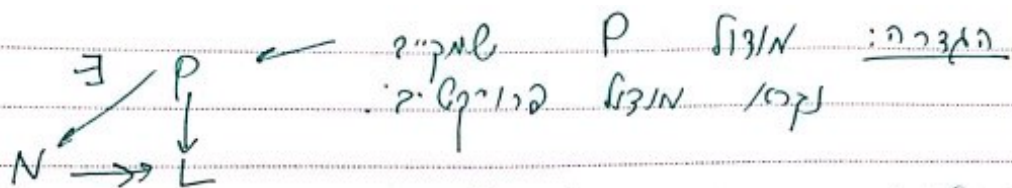
$$\begin{aligned} & \text{Let } L \subseteq F \text{ be a submodule of } F \\ & \text{Let } N \subseteq F \text{ be a submodule of } F \\ & \text{Let } \gamma: F \rightarrow N \text{ be a homomorphism} \\ & \alpha = \beta \circ \gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \beta(y_i) = \alpha(x_i) = 0 \\ & \gamma(x_i) = y_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sigma: A \rightarrow M \text{ is a homomorphism} \\ & M = A^m \oplus \gamma(A) \\ & \text{Let } \gamma: A \rightarrow \gamma(A) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} A \\ \downarrow \text{id} \\ 0 \rightarrow A^m \rightarrow M \rightarrow A \rightarrow 0 \end{array} \\ & \text{Let } \gamma: A \rightarrow \gamma(A) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a = r(b) \neq 0 \in \sigma(A) \text{, } p(a) = 0 \Leftrightarrow a \in \sigma(A) \cap A^m \\ & a = 0 \Leftrightarrow b = 0 \Leftrightarrow b = p(a) = p\sigma(b) \Leftrightarrow \\ & M = \langle A^m, \gamma(A) \rangle = A^m \oplus \gamma(A) \end{aligned}$$



הצורה:  $P$  מוצגת  
קצת מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

$$\{m \in M \mid \exists a \in A, am = 0\}$$

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

$$0 \rightarrow T(M) \rightarrow M \rightarrow M/T \rightarrow 0$$

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

הצורה:  $P$  מוצגת

מרחב וקטורי  $M/T$  מוביל אל  $M/T$  בדיקת  
 $\gamma: M/T \rightarrow M$  וכן יש חתך  
 $M/T \xrightarrow{\gamma} M \rightarrow M/T$   $\rightarrow e \rightarrow A$  (כאשר  $A$  הוא ה-1)  
  
 נוסחה  $M = T(M) \oplus T/M$  נכון  
 $M = T(M) \oplus F$  נכון כי  $F$  הוא חתך  
 $M/T \cong F$

5 תרגיל  
 בדיקת  $M/T$  /  $M/T$

$0 \rightarrow L \xrightarrow{\alpha} M \xrightarrow{\beta} N \rightarrow 0$  הצגה

כל  $\alpha$  ו  $\beta$    
 $\beta \circ \alpha = id_N$   $\alpha: N \rightarrow M$   $\beta: M \rightarrow N$    
 $\psi \circ \alpha = id_L$   $\psi: M \rightarrow L$    
 $f: M \rightarrow N \oplus L$   $f$

$0 \rightarrow L \xrightarrow{\alpha} M \xrightarrow{\beta} N \rightarrow 0$    
 $\parallel \quad \downarrow f \quad \searrow$    
 $0 \rightarrow L \rightarrow N \oplus L \rightarrow N \rightarrow 0$

זה נקרא סב

$P \in M(A)$   $A = M(A)$    
 תרגיל  $P \in M(A)$   $\psi: M \rightarrow N$    
 $\psi \circ g = f$    
 $g: P \rightarrow M$   $f: P \rightarrow N$

$$\text{Hom}_A(P, -)$$

הוכחה:

שקראנו

$$0 \rightarrow M \rightarrow L \rightarrow P \rightarrow 0$$

$$Q \oplus P \cong A^r$$

$$Q \in \mathcal{M}(A)$$

$$K = \ker \varphi, \quad A \xrightarrow{\varphi} P$$

$$0 \rightarrow K \rightarrow A^r \rightarrow P \rightarrow 0$$

$$K \oplus P \cong A^r$$

$$P \oplus Q \cong A^r$$

$$\text{Hom}_A(P, -) \oplus \text{Hom}_A(Q, -) = \text{Hom}_A(P \oplus Q, -) = \text{Hom}_A(A^r, -) = (-)^{xr}$$

$$\text{Hom}(Q, -) \cong \text{Hom}(P, -)$$

$$(r) \leq (k)$$

$$\begin{array}{ccc} & \exists & P \\ & \swarrow & \parallel \\ L & \rightarrow & P \end{array}$$

$$0 \rightarrow K \rightarrow M \xrightarrow{\varphi} N \rightarrow 0$$

$$0 \rightarrow \text{Hom}(P, K) \rightarrow \text{Hom}(P, M) \xrightarrow{\varphi_*} \text{Hom}(P, N) \rightarrow 0$$

$$\exists g: P \rightarrow M: \psi \circ g = f$$

$I \in (MA)_{128}$

$$M \subsetneq N$$

1610 GS (10)

$$\beta \circ \gamma = \alpha$$

\_\_\_\_\_

$$\alpha: M \rightarrow I$$

$$\beta: N \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$\cdot \beta^{1/3} \text{ } 1 + \text{om}(-, I) \beta \text{ } \alpha \text{ } (r$$

Ex 3.3.3.  $0 \rightarrow I \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow 0$

प्र. 6 (d)

הערה: חובל'  $\Leftarrow$  פרוק'  $\Leftarrow$  פרו

$(M \otimes -)$

$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$  פשוט  
 $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$  : 2. חזק  
 $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$  : 1. חזק

$$2. \therefore \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \rightarrow$$

דבר 1:  $1 < x < 2$ ,  $x \rightarrow 0$  :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

736

סוף חלק I הנהגות

$\varphi: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$   $\varphi(n) = 2n$   $\varphi(1) = 2$   $\varphi(2) = 4$   $\varphi(3) = 6$   $\varphi(4) = 8$   $\varphi(5) = 10$   $\varphi(6) = 12$   $\varphi(7) = 14$   $\varphi(8) = 16$   $\varphi(9) = 18$   $\varphi(10) = 20$   $\varphi(11) = 22$   $\varphi(12) = 24$   $\varphi(13) = 26$   $\varphi(14) = 28$   $\varphi(15) = 30$   $\varphi(16) = 32$   $\varphi(17) = 34$   $\varphi(18) = 36$   $\varphi(19) = 38$   $\varphi(20) = 40$   $\varphi(21) = 42$   $\varphi(22) = 44$   $\varphi(23) = 46$   $\varphi(24) = 48$   $\varphi(25) = 50$   $\varphi(26) = 52$   $\varphi(27) = 54$   $\varphi(28) = 56$   $\varphi(29) = 58$   $\varphi(30) = 60$   $\varphi(31) = 62$   $\varphi(32) = 64$   $\varphi(33) = 66$   $\varphi(34) = 68$   $\varphi(35) = 70$   $\varphi(36) = 72$   $\varphi(37) = 74$   $\varphi(38) = 76$   $\varphi(39) = 78$   $\varphi(40) = 80$   $\varphi(41) = 82$   $\varphi(42) = 84$   $\varphi(43) = 86$   $\varphi(44) = 88$   $\varphi(45) = 90$   $\varphi(46) = 92$   $\varphi(47) = 94$   $\varphi(48) = 96$   $\varphi(49) = 98$   $\varphi(50) = 100$   $\varphi(51) = 102$   $\varphi(52) = 104$   $\varphi(53) = 106$   $\varphi(54) = 108$   $\varphi(55) = 110$   $\varphi(56) = 112$   $\varphi(57) = 114$   $\varphi(58) = 116$   $\varphi(59) = 118$   $\varphi(60) = 120$   $\varphi(61) = 122$   $\varphi(62) = 124$   $\varphi(63) = 126$   $\varphi(64) = 128$   $\varphi(65) = 130$   $\varphi(66) = 132$   $\varphi(67) = 134$   $\varphi(68) = 136$   $\varphi(69) = 138$   $\varphi(70) = 140$   $\varphi(71) = 142$   $\varphi(72) = 144$   $\varphi(73) = 146$   $\varphi(74) = 148$   $\varphi(75) = 150$   $\varphi(76) = 152$   $\varphi(77) = 154$   $\varphi(78) = 156$   $\varphi(79) = 158$   $\varphi(80) = 160$   $\varphi(81) = 162$   $\varphi(82) = 164$   $\varphi(83) = 166$   $\varphi(84) = 168$   $\varphi(85) = 170$   $\varphi(86) = 172$   $\varphi(87) = 174$   $\varphi(88) = 176$   $\varphi(89) = 178$   $\varphi(90) = 180$   $\varphi(91) = 182$   $\varphi(92) = 184$   $\varphi(93) = 186$   $\varphi(94) = 188$   $\varphi(95) = 190$   $\varphi(96) = 192$   $\varphi(97) = 194$   $\varphi(98) = 196$   $\varphi(99) = 198$   $\varphi(100) = 200$   $\varphi(101) = 202$   $\varphi(102) = 204$   $\varphi(103) = 206$   $\varphi(104) = 208$   $\varphi(105) = 210$   $\varphi(106) = 212$   $\varphi(107) = 214$   $\varphi(108) = 216$   $\varphi(109) = 218$   $\varphi(110) = 220$   $\varphi(111) = 222$   $\varphi(112) = 224$   $\varphi(113) = 226$   $\varphi(114) = 228$   $\varphi(115) = 230$   $\varphi(116) = 232$   $\varphi(117) = 234$   $\varphi(118) = 236$   $\varphi(119) = 238$   $\varphi(120) = 240$   $\varphi(121) = 242$   $\varphi(122) = 244$   $\varphi(123) = 246$   $\varphi(124) = 248$   $\varphi(125) = 250$   $\varphi(126) = 252$   $\varphi(127) = 254$   $\varphi(128) = 256$   $\varphi(129) = 258$   $\varphi(130) = 260$   $\varphi(131) = 262$   $\varphi(132) = 264$   $\varphi(133) = 266$   $\varphi(134) = 268$   $\varphi(135) = 270$   $\varphi(136) = 272$   $\varphi(137) = 274$   $\varphi(138) = 276$   $\varphi(139) = 278$   $\varphi(140) = 280$   $\varphi(141) = 282$   $\varphi(142) = 284$   $\varphi(143) = 286$   $\varphi(144) = 288$   $\varphi(145) = 290$   $\varphi(146) = 292$   $\varphi(147) = 294$   $\varphi(148) = 296$   $\varphi(149) = 298$   $\varphi(150) = 300$   $\varphi(151) = 302$   $\varphi(152) = 304$   $\varphi(153) = 306$   $\varphi(154) = 308$   $\varphi(155) = 310$   $\varphi(156) = 312$   $\varphi(157) = 314$   $\varphi(158) = 316$   $\varphi(159) = 318$   $\varphi(160) = 320$   $\varphi(161) = 322$   $\varphi(162) = 324$   $\varphi(163) = 326$   $\varphi(164) = 328$   $\varphi(165) = 330$   $\varphi(166) = 332$   $\varphi(167) = 334$   $\varphi(168) = 336$   $\varphi(169) = 338$   $\varphi(170) = 340$   $\varphi(171) = 342$   $\varphi(172) = 344$   $\varphi(173) = 346$   $\varphi(174) = 348$   $\varphi(175) = 350$   $\varphi(176) = 352$   $\varphi(177) = 354$   $\varphi(178) = 356$   $\varphi(179) = 358$   $\varphi(180) = 360$   $\varphi(181) = 362$   $\varphi(182) = 364$   $\varphi(183) = 366$   $\varphi(184) = 368$   $\varphi(185) = 370$   $\varphi(186) = 372$   $\varphi(187) = 374$   $\varphi(188) = 376$   $\varphi(189) = 378$   $\varphi(190) = 380$   $\varphi(191) = 382$   $\varphi(192) = 384$   $\varphi(193) = 386$   $\varphi(194) = 388$   $\varphi(195) = 390$   $\varphi(196) = 392$   $\varphi(197) = 394$   $\varphi(198) = 396$   $\varphi(199) = 398$   $\varphi(200) = 400$   $\varphi(201) = 402$   $\varphi(202) = 404$   $\varphi(203) = 406$   $\varphi(204) = 408$   $\varphi(205) = 410$   $\varphi(206) = 412$   $\varphi(207) = 414$   $\varphi(208) = 416$   $\varphi(209) = 418$   $\varphi(210) = 420$   $\varphi(211) = 422$   $\varphi(212) = 424$   $\varphi(213) = 426$   $\varphi(214) = 428$   $\varphi(215) = 430$   $\varphi(216) = 432$   $\varphi(217) = 434$   $\varphi(218) = 436$   $\varphi(219) = 438$   $\varphi(220) = 440$   $\varphi(221) = 442$   $\varphi(222) = 444$   $\varphi(223) = 446$   $\varphi(224) = 448$   $\varphi(225) = 450$   $\varphi(226) = 452$   $\varphi(227) = 454$   $\varphi(228) = 456$   $\varphi(229) = 458$   $\varphi(230) = 460$   $\varphi(231) = 462$   $\varphi(232) = 464$   $\varphi(233) = 466$   $\varphi(234) = 468$   $\varphi(23$

$$\psi|_2 = \varphi \cdot e \Rightarrow \psi: A \rightarrow \mathbb{Z} \cdot e$$

פז ב מלח; "במלח"

משפטים: הסתכלו על  $\mathbb{Q}, \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$  הם מקבילים

$$1, \underline{\underline{Ab}} \ni M \neq 0$$

کتابت از کتاب "تذکره"

$$\text{Hom}(\mathcal{A}, \mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \neq 0$$

7/12/1971

(0 32N) PL



הצורה  $\{ \oplus, \otimes \}$  של  $A$  היא פונקציה:

$$(\ )^* : \underline{M}(A) \rightarrow M(A) \quad \text{ההצורה}$$

$$M \rightarrow \text{Hom}_Z(M, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$$

הצורה של מרחב וקטורי  $M$  (הוא פונקציה)  $M \rightarrow \text{Hom}_Z(M, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$  שבה  $m \mapsto f_m$  כאשר  $f_m(x) = mx$ .  
 (הוא פונקציה)  $M \rightarrow \text{Hom}_Z(M, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$  שבה  $m \mapsto f_m$  כאשר  $f_m(x) = mx$ .  
 (הוא פונקציה)  $M \rightarrow \text{Hom}_Z(M, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$  שבה  $m \mapsto f_m$  כאשר  $f_m(x) = mx$ .

הצורה של  $M$  נקראת  $M^*$  ויש לה מבנה מרחב וקטורי.  
 $A^n \rightarrow A^k \rightarrow M \rightarrow 0$   
 $n, k \in \mathbb{Z}_{20}$

הצורה של  $M$  נקראת  $M^*$  ויש לה מבנה מרחב וקטורי.  
 $M \otimes N^* = \text{Hom}_A(M, N)^*$

הצורה של  $M$  נקראת  $M^*$  ויש לה מבנה מרחב וקטורי.  
 $N^* = N^R$  כאשר  $M = A$   
 $\text{Hom}_A(-, N) \otimes N^*$  הופך את  $M$  למרחב וקטורי.

הצורה של  $M$  נקראת  $M^*$  ויש לה מבנה מרחב וקטורי.  
 $A^n \rightarrow A^k \rightarrow M \rightarrow 0$

הצורה של  $M$  נקראת  $M^*$  ויש לה מבנה מרחב וקטורי.

הצורה של  $M$  נקראת  $M^*$  ויש לה מבנה מרחב וקטורי.  
 $0 \leftarrow M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0$  היא תרשימה קצרה.

הצורה של  $M$  נקראת  $M^*$  ויש לה מבנה מרחב וקטורי.  
 $\text{Hom}(P, M') \rightarrow \text{Hom}(P, M) \rightarrow \text{Hom}(P, M'')$   
 $\uparrow$   
 $\text{Hom}(P, M'')$

הצורה של  $M$  נקראת  $M^*$  ויש לה מבנה מרחב וקטורי.  
 $\text{Hom}(P, M'') \rightarrow \text{Hom}(P, M)^* \rightarrow \text{Hom}(P, M')$   
 (הוא פונקציה)

בירושלים

(המקצוע)

(התאריך)

השם

(המשפחה)

(הפרטי)

הכיתה

$$P \otimes (M'')^* \rightarrow P \otimes M^* \rightarrow P \otimes (M')^* \Leftrightarrow$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ (M'')^* \rightarrow M^* \rightarrow (M')^* \\ \downarrow \end{array}$$

$$M' \rightarrow M \rightarrow M''$$

הקצאה 12 (תחילת, שלב 7) 25.11

$\text{PID von } M \text{ ist } \frac{\text{PID von } M}{M, \text{PID von } A}$   
 $\{m: \exists a \neq 0 \text{ s.t. } am = 0\} = 0$   
 $T(M)$

למה 1 מרכז  $\mathfrak{g}$  חסר פיתול איסלומוב. למת מרכז  
 של חופשי. (אז ר"ל הוכחנו)

למה 2 אם  $M$   $\mathfrak{g}$  אז  
 $M \cong T(M) \oplus M/T$  (הוכחנו אם 2 בפנין 1)

$$M = \sum_{i=1}^n A x_i \quad \text{Average}$$

$\{x_1, \dots, x_n\}$  נקראת קבוצה של  $n$  איברים ב- $A$ .  
 $A$  מכילה את כל האיברים  $x_1, \dots, x_n$ .  
 $M \supseteq N = \sum_{i=1}^n x_i A$   
 $A \xrightarrow{f} N$   
 $e_i \rightarrow x_i$

$e_i \rightarrow x_i$   
 $\sum_{j=1}^k a_j x_j + a_i x_i = 0$   $\Rightarrow a_i \neq 0$   $e_i$   $i > k$   
 $0 \neq a = \prod_{i: k+1}^n a_i$

$$ax_{k+1}, ax_n \in A \Rightarrow$$
$$M \geq N \geq aM$$
$$\ddot{y} = a$$

ביתן ש. מ. חסר פ'טל  
 $\alpha M \approx M$   
 חסר פ'טל

סיכום: כל מהלך הדין יבוצע על ידי שירות המבחן.

$$N \cong N \oplus T \oplus F \quad M = T \oplus F$$

סביר להניח: פיתול (אם לא  $A$  (נניח  $A$  הוא PID) (נניח  $A$  הוא PID)  
 (נניח  $A$  הוא PID)  $T$  מסופק על ידי  $p$  - פיתול

הצגה - יהי  $T$  מודול על  $A$  ו-  $p \in A$  איבר (חזק).  
 (א)  $T$  -  $p$  מודול פירוקי על  $p$ .  
 קיים  $n \geq 1$  כך ש-  $p^n \cdot t = 0$  לכל  $t \in T$ .  
 $T_p = \{t \in T : \exists n \geq 1, p^n t = 0\}$  נקרא  $T_p$  מודול פירוקי על  $p$ .

$\text{ord}(t) = (a)$  אם  $\{t \cdot a^i : i \geq 0\} = (a)$ .  
 של  $\text{ord}(t)$  מודול פירוקי על  $p$ .  
 $0 \rightarrow \text{ord}(t) \rightarrow A \rightarrow A/\text{ord}(t) \rightarrow 0$   
 $a \rightarrow at$

למה  $A/t \cong A/\text{ord}(t)$  אם  $t \in T_p$  ו-  $\text{ord}(t) = (p^n)$ .  
 נגד  $n \geq 0$ . למשל  $n=0$  הן האינז'קציה  $\phi$ .  
 למה  $A/t \cong A/\text{ord}(t)$  אם  $t \in T_p$  ו-  $\text{ord}(t) = (p^n)$ .  
 $T_p = \bigoplus_{p^n t=0} T_p$   
 פירוקי על  $A$  של  $p$  חזק.

נתון  $t \in T$  ו-  $d \neq 0$  כך ש-  $dt=0$ .  
 נגד  $d = \prod p_i^{n_i}$  ו-  $d_j = \prod p_i^{n_{ij}}$ .  
 $\gcd(d_1, d_2, \dots) = 1$ .  
 $t = \sum a_j d_j$  ו-  $1 = \sum a_j d_j$ .  
 $t_j \in T_p$  ו-  $p_j^{n_j} t_j = a_j d_j \cdot t = 0$ .  
 $T = \sum T_p$  - מודול פירוקי על  $p$ .  
 פירוקי על  $T_p$  של  $p$  חזק.

$$t \in T, \wedge \Sigma T_q \quad e \cdot b \quad n \cdot d$$

$$d = \prod_{j=1}^n p_j^{n_j} \quad dt=0 \quad p^n t=0 \quad sk$$

$$1 = ap^n + b \quad \Leftrightarrow dcd(d, p) = 1$$

CRT:  $t = ap^n t + bdt=0$

identical elements in the same class

$$A_t \cong A/(d) \cong \bigoplus A/(p_j^{n_j})$$

$$\pi(d) = \text{ord}(t), \quad d = \prod p_j^{n_j}$$

(ii)  $T = T_p$  (local)  $T$ -s.  $\{t_1, \dots, t_n\}$   $p^e t_i = 0$

$e = \max\{e_1, \dots, e_n\}$   $p^e t = 0$   $\Leftrightarrow i$   $p^e t_i = 0$

$t \in T$   $p^e t \neq 0$   $\text{ord}(t) = p^e - e$

$0 \rightarrow A_t \rightarrow T \rightarrow \bar{T} = T/A_t \rightarrow 0$

$\text{ord}(\bar{x}) = (p^e)$   $\bar{x} \in \bar{T}$   $\text{ord}(x) = (p^f)$   $x \in T$

$p^e t = 0$   $f \leq e$

$z \in T$   $p^f z = at$

$0 = p^e \cdot z = p^{e-f} (p^f z) = p^{e-f} a \cdot t$

$$x = z - bt \quad a = p^f \cdot b \quad \Leftrightarrow$$

st ממונה  $x$  ה'  $\bar{x}$  כ'  $\ker$   $t \in$

$$p^f \cdot x = p^f \cdot z - p^f \cdot b \cdot t = p^f z - at = 0$$

$$\Leftrightarrow \text{הסדר } x \text{ ממונה } p^f$$

$$\text{ord}(x) = (p^f) \Leftrightarrow p^{f-1} x \neq e$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$0 < e_1 \leq \dots \leq e_n \quad n, e_j \text{ נקבעו ביחידה}$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T \cong A / (p^{e_1}) \oplus \dots \oplus A / (p^{e_n})$$

$$T = \bar{T} \oplus A_{x_n} \cong \bar{T} \oplus A / pA$$