איזה משוואות אנחנו יודעים לפתור?

משוואות מסדר ראשון

דוגמא	דרך פתרון	שם המשוואה	צורת המשוואה
$y=\sin(x)^2+x^7$	אינטגרציה. אם F היא הקדומה של f אז: y=F(x)+c	משוואה משוואתית	y' = f(x)
y=y'+3	מעבירים לצורה: dy/g(y)=dx ואז מבצעים אינטגרציה	משוואה משוואתית 2	y' = g(y)
$y' = \sin(x)\cos(y)^2$	מציגים בצורה dy/g(y)=f(x)dx ואז מבצעים אינטגרציה	הפרדת משתנים	y' = f(x)g(y)
y' = (y+x)/y	נבצע החלפת משתנה: u = y/x ואז הנגזרת של y לפי שתי ההצגות: y' = f(u) y' = (ux)' = u'x + u ואז מקבלים du/dx = (1/x)*(f(u)-u) וזו משוואה של הפרדת משתנים	משוואה הומוגנית	y' = f(y/x)
y' = 1/(5x + y - 51) + 41	מסמנים z = a*x + b*y + c ואז מקבלים z' = a + b*y' = a + b*f(z) כלומר בסה"כ z' = a + b*f(z) וזו משוואה מצורה "משוואה משוואתית 2"	משוואה משוואתית 3	y' = f(a*x + b*y + c)
y' + 2x*y = x	מכפילים את המשוואה ב: e^int(p(x)dx) ואז מתקבלת המשוואה השקולה: (e^int(p(x)dx)*y)' = q(x)*e^int(p(x)dx) ומכאן עושים אינטגרציה ומחלקים	משוואה לינארית מסדר 1	y' + p(x)*y = q(x)
$y' = (2/x)*y + x/y^2$	מסמנים z = y^(1-a) ואז מקבלים z' = (1-a)*y^(-a)*y' מכפילים את המשוואה המקורית ב: (1-a)*y^(-a) ומקבלים "משוואה לינארית מסדר 1"	משוואת ברנולי	y' + p(x)*y = q(x)*y^a עבור: a != 0,1
$(2*x*y^3-x^2)dx + (3*x^2*y^2-1)dy = 0$	המטרה היא לחפש u כך ש: M = Du/Dx, N = Du/Dy (ה-D גדולה כדי לסמן נגזרת חלקית) מבצעים אינטגרציה לפי x: u = int(Mdx) + g(y) ומוצאים את g על ידי שתי המשוואות: u'(y) = int(Mdx)'(y) + g'(y) u'(y) = N(x,y)	משוואה מדוייקת	M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0 כאשר מתקיים: My = Nx

גורם אינטגרציה

לעיתים רבות ניתן להפוך משוואה בצורה דיפרנציאלית למשוואה מדוייקת באמצעות הכפלה בגורם אינטגרציה.

תנאי לקיומו	תיאורו	גורם האינטגרציה
(My-Nx)/N = f(x)	פונקציה של x	mu(x,y)=mu(x)
-(My-Nx)/M = f(y)	פונקציה של y	mu(x,y)=mu(y)

משוואות מסדר שני

דוגמא	דרך פתרון	שם המשוואה	צורת המשוואה
$y''=\sin(x)^2+x^7$	אינטגרציה פעמיים. אם F היא הקדומה של f ו-G היא הפונקציה הקדומה של F אז: $y=G(x) + c1*F(x) + c2$	משוואה משוואתית מסדר שני	$y'' = f(x)$
$x^2*y''+2*x*y'-1=0$	נסמן: $u(x)=y'$ ואז $u' = f(x,u)$ כלומר מקבלים משוואה מסדר ראשון. כשנמצא לה פתרון, כלומר פתרון ל- u, נבצע אינטרגציה למציאת y.	משוואה מסדר שני ללא y	$y'' = f(x,y')$
$2*y*y'' = (y')^2 + 1$	נסמן: $p(y)=y'$ ואז $y'' = p*p'$ ואז המשוואה היא $p*p' = f(y, p)$ וזו משוואה מסדר ראשון כנשמצא לה פתרון, כלומר פתרון ל- p, יהיה עלינו לפתור את המשוואה: $y' = p(y)$	משוואה מסדר שני ללא x	$y'' = f(y,y')$
$2*y''+y'-7*y = 0$	ראו שיעור 17	משוואה לינארית הומוגנית מסדר שני	$a*y''+b*y'+c*y = 0$
$x^2*y''+7*x*y'+5*y = 0$	מנחשים פתרון מהצורה $y=x^n$ ומציבים. מקבלים משוואה ריבועית עבור n.	משוואת אויילר	$a*x^2*y''+b*x*y'+c*y = 0$