

המרה

היה V סגור K ו- x

קיים $d \in D$ המקיים $x_d \in V$

$(d, v) \in E$ - שים

אם $(d, u) \in E$ - ! $(d, u) > (d, v)$ - שים

$$x_{N(d, u)} = x_d \in U \subset V$$

ולכן $d > d$ -

$$x_d \in V$$

על כן

18.12.08

הצגה:

אם $x \in X$ מקיים - האקסיומה הראשונה של המנה $\bar{x}$ אם $x \in X$

מספיקה לה מנה U_x של סביבה, דהיינו -

ול סביבה V של x קיים סגור $U \in U_x$ המכיל V

הוכחה:

במרחב מטר מקיים - האקסיומה ה-1 של המנה

אם $x \in X$ (אז x מספיקה) - $\{B(x, \frac{1}{n})\}_{n=1}^{\infty}$ - כדורים סגורים סדורים
ל- x ורדיוס $\frac{1}{n}$

המרחב $[0, \Omega]$ כאשר Ω - מספר חיובי, אכן קיים מנה

אין דבר - הוכחה היא - אולי קיים Ω

הוכחה:

אם U מספיקה למנה של סביבה Ω , אזי קיים סגור $\alpha < \Omega$ המקיים -

$$\{u \in U \mid u < \alpha\} \subset U$$

$$\forall u \in U \quad u \neq (\alpha, \Omega) !$$

לכן - $[0, \Omega]$ מקיים - האקסיומה הראשונה של המנה

- מרחק בין מרחיבים האקסיומה הראשונה של המעלה מספיק סדרה ולא ליד
(עמ')

(ג 3 קולין 7 (כין אסם - ילצמול!)

הערה:

מ"א X מרחיב את האקסיומה השניה של המעלה אם יש לו סיסם קן מעלה.

דוגמאות:

- $\mathbb{R}^n$ מרחיב את האקסיומה ה-II. (כל הפ"ד- $\mathbb{R}^n$ של הקואורדינטה אהם
התולדות - $\mathbb{Q}^n$, וספיקם $\mathbb{Q}^n \in \mathbb{Q}^n$ נקח את משפט הנדורים דלו.

$$\left\{ B(r, \frac{1}{k}) : r \in \mathbb{Q}^n, k \in \mathbb{N} \right\} \quad - \quad \frac{1}{k} \text{ (דיוס)}$$

(זהו דיוס של $\mathbb{R}^n$)

- מרחק דיסקרטי, לא קן מעלה (סופלינה דיסקרטי) - דוג מרחק טורי
(המחלקה הסטיוולט - 1/0) ואמריקא את האקסיומה השניה של המעלה
אין בו אף דיוס קן-מעלה. (אך מרחיב את האקסיומה הראשונה).

משפט: (גדור)

אם X מרחיב את האקסיומה השניה של המעלה אזי הוא מרחיב גם את האקסיומה
הראשונה של המעלה.

משפט:

כל מרחק המרחיב את האקסיומה השניה של המעלה יש מ"ף לפיה דג מעלה.

הוכחה:

יהי B סיסם קן-מעלה, קווריום $x_n \in \mathbb{Q}^n$, (נאשר $\{0_n\}_{n=1}^\infty$ כ-0) ואם-
 $\{x_n : n=1, 2, \dots\}$ - צפופה ד-X. (קורה שקלה וזמם-שומר
ב-סגירה יש סגירה א הקסיוס)

הערה:

מ"א זו יש קד צפופה דג מעלה נקרא מרחק ספריזלי.

זרור שמתחיל מתחיל את האקסיומה II של המניה הוא ספיריט, איך היסך לא נכון.

יהי $\mathbb{R}^{[0,1]}$ - מרחב ספיריט, איך אנו מתייחס אל האקסיומה הראשונה של המניה (ק) וחומר אל השניה?

מה הקו הבלתינסה ל- המניה? (עשנו את זה דגליון 2/3 - זהם-ט).

מיום המרחב לא מתייחס אל האקסיומה I של המניה?

זרור שזהו מרחב T_2 (כמכסה של מרחב T_2).

אם f - $\mathbb{R}^{[0,1]}$ $x \in \mathbb{R}$ היה דמיס דן מניה U_x (דקף זה מראה דמיס-נקודה - כל הסדירה באלה) אס.

$$\bigcap_{x \in A} \{u : u \in U_x\} = \{x\}$$

מכיון שהמרחב הוא T_2 זהו ייתכן שיש סוג של x .

$\Leftarrow$ יוצא ש- $\{x\}$ קו אל $\mathbb{R}$ - כחומר דן מניה אל קו פתח.

אחרי הוראת דגליון 6 - שאלה 4 אלא ייתכן כי זה נעזר $\mathbb{R}$.

$\Leftarrow$ מניחה! אין דמיס דן מניה נפוח כלל.

האקסיומה I-1 לא מתייחס.

מסקנה:

אם (X, d) מרחב מטרי ספיריט אלא הוא מתייחס אל האקסיומה השניה של המניה.

הוכחה:

נניח כי $\{u : u \in U_x\}$ לספה ד- X .

(מקום ד -

$$\mathcal{B} = \{B(x_u, r) : u \in A, r \in \mathbb{Q}\}$$

אלה קו ל- מניה אל כדורים.

סמנים.

(כלל) מוכיח שכל דמיס למרחב.

יום של קו פתח, דמיס מתייחס אל אחרת של כדורים פתחים.

סמנים מתייחס אל כדור פתח (הוא אחרת של כדורים

דמיס פתח.

יהי $B(x, \rho)$ כדור סגור, ויהי $y \in B(x, \rho)$.

נקח x_n מהמשפחה $\{x_n\}$ (ראו למעלה) כך ש- $d(x, x_n) < \rho$.

$$d(y, x_n) < \frac{1}{2}(\rho - d(x, y))$$

נקח כדור סגור $B(x_n, r)$ כך ש-

$$d(x_n, y) < r < \rho - d(x, x_n)$$

אז $r < \rho - d(x, x_n)$ וכן $r < \rho - d(x, x_n)$.

$$d(x_n, y) < \rho - d(x, x_n)$$

לכן

$$d(x_n, y) + d(x_n, x) < \frac{1}{2}(\rho - d(x, y)) + d(x_n, x) =$$

$$= \frac{1}{2}(\rho - d(x, y)) + d(x_n, y) + d(y, x) <$$

$$< \frac{1}{2}(\rho - d(x, y)) + \frac{1}{2}(\rho - d(x, y)) + d(y, x) = \rho$$

כלומר $y \in B(x, \rho)$.

כלומר $r \in \mathbb{Q}$ וכן $r < \rho - d(x, x_n)$.

$$d(x_n, y) < r < \rho - d(x, x_n)$$

$\Downarrow$

$$y \in B(x_n, r) \in \mathcal{B}$$

$$y \in B(x_n, r) \subset B(x, \rho)$$

$\Leftarrow$ כלומר $\mathcal{B}$ מכסה את $B(x, \rho)$.

ℓ^∞ אינספרניטי:

$$\ell^\infty = \left\{ \{x_n\}_{n=1}^\infty : \sup_n |x_n| < \infty \right\}$$

כל הסדרה החסומה

פונקציה

זהו מרחק מירי

$$d(x, y) = \sup_n |x_n - y_n|$$

איך נראה שלא ספראלי?

נראה שקיימת ℓ^∞ משפחה של כדורים שבה לכל n יש כדור n שכל אחד מהם מכיל את כל השאר.

($\leftarrow$ כל קד לבוסה חייב להיות אסוף מיוצג הרבה וזה יסמך ספירלות)

המשפחה שנקראת $\mathcal{F}$

(גיר)

$$\mathcal{F} = \{E : E \subset \mathbb{N}, \text{card}(E) = \aleph_0\}$$

ואם

$$\left\{ B(x_E, \frac{1}{2}) : E \in \mathcal{F} \right\}$$

כל E אסוף $\mathbb{N}$

סדרה של סדרות

כל E קד $\mathbb{N}$ - $\aleph_0$ אסוף

$\downarrow$

העצמה של $\mathcal{F}$

זה מראה הרבה

והעצמה של $\mathcal{F}$

כל 2 כדורים הם זרים (המרחק ≥ 1)

מכילים חזר / ואנחנו שמי $\frac{1}{2}$

⊗

מפ שרשרת שנקראת $\mathcal{F}$ היא ספראלי (נניח שרשרת שכוללת $\aleph_0$ אינספרניטי דברים!)

חשור זשי-ט - מרחק שקיף - האקסיומה ה-II הוא מכלול קטן
או מכלול זעום - הרב - C.

24.12.08

משפט:

יהי X מרחק המקסימום האקסיומה השנייה של המניה.

אז כל כיסוי סמך של X יש לו כיסוי קומניה.

הוכחה:

יהי B זגיס קומניה של X .

יהי U כיסוי סמך של X (סמן) - $U = \{U_\alpha\}_{\alpha \in A}$.

כל $x \in X$ קיבל $U_\alpha(x) \in U$ המקיפה - $x \in U_\alpha(x)$.

קיבל $V_x \supset B$ המקיפה - $x \in V_x \subset U_\alpha(x)$.

$\{V_x \mid x \in X\} \subset B$ מקיפה -

אולי כל הזגיס ולק קומניה.

כחזון מקיפה -

$$\bigcup \{V_x : x \in X\} = X$$

כי מסקיד כל V_x יש V_x כזה

ישו כיסוי קומניה - (סמן) $\{W_n : n=1,2,\dots\}$

אולי כל V_x ישו - W_n כזה, יש קי מהכיסוי שמכסה

אולי.

$\Leftrightarrow$ כל W_n יש $U_n \in U$ המקיפה $W_n \subset U_n$

$$X = \bigcup_{n=1}^{\infty} U_n \quad \text{!}$$

לדוגמה

הערה:

מרחק נקרא מרחק Lindelöf אם כל כיסוי סמך של X יש לו

כיסוי קומניה.

לפי מרחק שקיף - האקסיומה ה-II של המניה, הוא מרחק

Lindelöf