

2.150 1.3.17 1.1.17 1.1.17 1.1.17

$$f_n = h \cdot \mathbb{1}_{[0, \frac{1}{n}]}$$

$$f_n: [0, 1] \rightarrow [0, \infty]$$

$$f_n \rightarrow g \equiv 0$$

$$\int_{[0, 1]} g = 0$$

$$\int_{[0, 1]} f_n = 1$$

$$\int + d\mu > \liminf \int f_n d\mu$$

1.1.17 1.1.17 1.1.17 1.1.17

~~support~~

$$f_n \xrightarrow{\text{a.e.}} f \Leftrightarrow f, f_1, f_2, \dots: \Omega \rightarrow [0, \infty]$$

$$\forall n \quad f_n \leq f \text{ a.e.}$$

$$\int_{\Omega} f_n d\mu \rightarrow \int_{\Omega} f d\mu$$

$$\int f \leq \liminf \int f_n$$

$$\forall n \quad \int_{\Omega} f_n \leq \int_{\Omega} f$$

$$\limsup \int_{\Omega} f_n \leq \int_{\Omega} f$$

$$\lim \int_{\Omega} f_n = \int_{\Omega} f$$

$$\lim = \lim \cdot \rightarrow \lim$$

(Levi, 1957)

מכניקה קלאסית

הפונקציות $f_1, f_2, \dots: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$

נניח $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ו- $f_n(x) \nearrow f(x)$ כגון

$$\int_{\mathbb{R}} f_n \rightarrow \int_{\mathbb{R}} f$$

הנחה

נניח $g_n = f_n - f_1$ ו- f_1 אינfinite (אולי $-\infty$ או $+\infty$)
אז $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ אינfinite

נניח g_n אינfinite
אז $f_n = f_1 + g_n$

$$f_n - f_1 \leq f - f_1$$

$$g_n \rightarrow g$$

$$\int f_n - \int f_1 = \int g_n \rightarrow \int g = \int f - \int f_1$$

$$\int f_n \rightarrow \int f$$

אם f_1 אינfinite
אז f_n אינfinite

$$\int (g \pm f_1) = \int g \pm \int f_1$$

$$\int_{\mathbb{R}} f_+ = \int_{\mathbb{R}} f_+ - \int_{\mathbb{R}} f_-$$

$$f_- = \max\{-f, 0\} \quad f_+ = \max\{f, 0\}$$

$$\int_{\mathbb{R}} f = \int_{\mathbb{R}} f_+ - \int_{\mathbb{R}} f_-$$

$$\int (f+g) = \int f + \int g$$

בדומה קורה עם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנסים

אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

$$\int \lim_{n \rightarrow \infty} f_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n$$

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

$$\int \left(\sum_{n=1}^{\infty} u_n \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int u_n \right) \in [0, \infty]$$

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

אם $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתכנס ו $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ מתכנס אז $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ מתכנס

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n \quad f_n = \sum_{i=1}^k u_i$$

כך $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = \sum_{k=n}^{\infty} u_k(x)$ -f

המשפט הראשון

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n u_k \right) = \sum_{k=1}^{\infty} \int_{\Omega} u_k$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \int_{\Omega} u_k$$

[M]

המשפט השני

נניח (Ω, F, μ) מדידת - מדידת - ו- μ סגור

הפונקציות $f_1, f_2, \dots: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ מדידת

כך $f_n \rightarrow f$ ב

ב- $L^1(\Omega, \mu)$ מדידת

אם $g: \Omega \rightarrow [0, \infty]$ מדידת כך ש-

כך $|f_n(x)| \leq g(x)$

אז $\int_{\Omega} f_n \rightarrow \int_{\Omega} f \in \mathbb{R}$

המשפט השני
 9. אם $f_n \rightarrow f$ ב- L^1 ו- $|f_n| \leq g$ אז $\int_{\Omega} f_n \rightarrow \int_{\Omega} f$

המשפט השני - מדידת - ו- μ סגור

אם $0 < \epsilon < 1$ אז $0 < m < M$ ו- $\mu(E) < \infty$

כך $E = \{x \in \Omega \mid \frac{1}{m} \leq g(x) \leq m\}$
 $\int_{\Omega \setminus E} g < \frac{\epsilon}{2}$ ו- $\mu(E) < \infty$

המשפט השני - מדידת - ו- μ סגור

אם $f_n \rightarrow f$ ב- L^1 ו- $|f_n| \leq g$ אז $\int_{\Omega} f_n \rightarrow \int_{\Omega} f$

כך $f_n(x) \leq g(x) \leq m$ ו- $\mu(E) < \infty$

$$\forall n \geq N \quad \left| \int_E f_n - \int_E f \right| < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\left| \int_{\Omega} f_n - \int_{\Omega} f \right| = \left| \int_{\Omega \cap E^c} (f_n - f) + \int_{\Omega \cap E} f_n - f \right| \leq$$

$$\Delta \nearrow \int_{\Omega} |f_n - f| + \int_{\Omega - E} |f_n + f| < \frac{\epsilon}{2} + 2 \int_{\Omega - E} g < \frac{\epsilon}{2} + 2 \frac{\epsilon}{2} = \frac{3}{2} \epsilon$$

$$\int_{\Delta_n} f \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_{\Delta} f \quad \text{wobei } \Delta \supset \Delta_n \quad \text{e} \quad \text{||} \supset \Delta$$

$$\int_{\mathbb{R}} |f_n - f| d\mu \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \quad \text{wegen} \quad (1)$$

$\rho_n = |f_n - f|$? , ρ_n
 $\rho_n \rightarrow 0$ (wenn $f_n \rightarrow f$)
 $\rho_n \geq 0$

$$\int |f - f_n| = \int \varphi_n \rightarrow 0$$

(2) 105 } זמן
החברות כד"ה משפחה גדולה
מ' 105 } (כך) ד"ר 105
(החברות) ~~החברות~~ ~~החברות~~

$f_{SE} \sim 33\%$ $\downarrow$ 93%
 $f_{SE} \sim 33\%$ 100% 82% $\sim 93\%$ 93% 93%
 $\sim 82\%$ 100%

ספר ו' / "השק" (השקפה) - כדלל - חסידות - (השקפה) f מנחם פנק

1875 2/20/75 1/20/75 1/20/75

$f \sim 33^d \sim 3 \sim 10 \sim 10^{38} \sim 10^6$

WIS

$$f \in L^1(\mathbb{R})$$

→

sem

$$\hat{f}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(tx) f(t) dt$$

/WIS

R

ss

→

$$\hat{f}$$

ss

$$g = |f|$$

/WIS

→

g

WIS

WIS

$$t \rightarrow \cos(tx) \cdot f(t) \quad x \in \mathbb{R}$$

ss

$$\hat{f}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(tx) f(t) dt$$

WIS

g

→

$$\hat{f}(x_n) \xrightarrow{h \rightarrow \infty} \hat{f}(x)$$

e

$$\mathbb{R} \ni x_n \rightarrow x \in \mathbb{R}$$

WIS

WIS

→

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(tx_n) f(t) dt \xrightarrow{h \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(tx) f(t) dt$$

e

ss

WIS

WIS

t

ss

WIS

WIS

$$\cos(tx_n) \rightarrow \cos(tx)$$

WIS

$$\cos(tx_n) f(t) \rightarrow \cos(tx) f(t)$$

WIS

WIS

t

$$|\cos(tx_n) f(t)| \leq g(t)$$

WIS

WIS

f

→

WIS

$$g = |f|$$

WIS

WIS

157

מהן?

(183127 10/30)

16/10/16

$$L^{\alpha}(p)$$
 $\gamma \delta$ $\omega' \epsilon$
$$\exists f \in L^1(\mu)$$
$$L'(\mu)$$
$$f \in L^1(\mu)$$

$$\|f\|_{L^1(\mu)} = \int_{\Sigma} |f| d\mu$$

$$0|_{L_1(\mathbb{R}^n)} = 0$$

$\gamma \gg p \gg \delta \gg$

9812W

47

11

$$|f+g| \neq |f| + |g|$$

14

$f=0$ כלל

5/10

$0 \leq \|f\|_{L^1(\mu)}$

אם

כל 10 > צריך להיות

↑
ביטוי של 0

אם צריך הקונצס

כאשר הצטבר

$\| \cdot \|$ (10) סדר - נדרש

אם מוגדר

$d_{L^1(\mu)}(f,g) = \|f-g\|_{L^1(\mu)}$

מקדמים

אם הביטוי נשמר

אם

(10-10) מוגדר

אם

0 סדר צריך להיות

על נקודה של 0

כל 10 > צריך להיות מוגדר מוגדר מוגדר מוגדר

$L^1(\mu)$ כלל 10 10

$[f] = \{ g : \Omega \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\} ; g \stackrel{a.e.}{=} f \}$

a.e. $f \sim g$ או $f \sim g$

מקדמים מוגדר מוגדר מוגדר מוגדר

$L^1(\mu) = \{ [f] ; f : \Omega \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\} \}$

אם הביטוי מוגדר מוגדר מוגדר מוגדר

$L^1_{eq}(\mu)$

equivalence

מקדמים מוגדר מוגדר מוגדר מוגדר

אם 10 10 > צריך להיות מוגדר מוגדר

$L^1_{eq}(\mu)$ מוגדר מוגדר מוגדר מוגדר

$[f+g] = [f] + [g]$
 $\lambda [f] = [\lambda f]$
הביטוי מוגדר מוגדר מוגדר מוגדר

Low?

$$[F] \in L^1_{\text{eqv}}(M)^{+}$$

[illegible]

הוא גם היה
~~הוא~~ האקטור.

1325 N/A

$$L^1(\mu) = L^1_{eq, \mu}(\mu) \quad \text{N(2)} \quad \int \rho d\mu$$

$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \right)$

1100 nineh

158

red% 7%

e.g. -

$$A \subseteq L^1(\mathbb{R}^d)$$

1. 2

Wahl

$$f \in L^1(\mathbb{R}^b)$$

$$\|f - g\|_{L^1(\mathbb{R})} < \epsilon$$

הקדמה

69

15

20.

$$\sum_{i=1}^N a_i \uparrow A_i$$

3

1.32.12

הנה' וסגן

(2)

שני, $g=2$ נ"מ

$L_1(\mu)$ פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$$f \sim g \Leftrightarrow \int f = \int g$$

$L^1(\mu)$ - פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$$\|f\|_{L^1(\mu)} = \int |f| d\mu$$

$f \in L^1(\mu)$ פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$$\|f\|_{L^1(\mu)} = \|f\|_1 = \int |f| d\mu$$

$L^1(\mu) \ni f$ פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$\int_A f$ פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$$\int f \cdot g$$

(פונקציה ממשית)

$f \in L^1(\mu)$ פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$f \in L^1(\mu)$ פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$$\exists g \in A \text{ s.t. } \|f - g\| < \epsilon$$

$L^1(\mathbb{R})$ פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$\sum_{i=1}^n a_i \cdot \mathbb{1}_{A_i}$ פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

A_i פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

פונקציה ממשית, f ו- g שני פונקציות ממשיות, $f \sim g$ ו- $g \sim f$

$$g_\epsilon(x) = \begin{cases} h\epsilon & \text{if } h\epsilon \leq f(x) \leq (h+1)\epsilon \\ (h+1)\epsilon & \text{if } h\epsilon < f(x) < (h+1)\epsilon \end{cases}$$

$$|g_\epsilon| \leq |f| \quad \text{and} \quad |g_\epsilon| \leq |f|$$

$$g_\epsilon \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} f \quad \text{in } L^1(\mu)$$

$$\int |g_\epsilon - f| d\mu \rightarrow 0 \quad \text{as } \epsilon \rightarrow 0$$

$$\|g_\epsilon - f\|_{L^1(\mu)} = \int |g_\epsilon - f| d\mu \rightarrow 0$$

$$f = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \mathbb{1}_{A_i}$$

$$f = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \mathbb{1}_{A_i}$$

$$f = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \mathbb{1}_{A_i}$$

$$f = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \mathbb{1}_{A_i}$$

$$A_i$$

$$\int |f| d\mu = \sum_{i=1}^{\infty} |a_i| \mu(A_i) < \infty$$

$$\int |f| d\mu < \infty$$

$$\|f_N - f\|_{L^1(\mu)} \leq \sum_{i=N+1}^{\infty} |a_i| \mu(A_i) \rightarrow 0$$

$$\|f_N - f\|_{L^1(\mu)} \rightarrow 0$$

$$\|f_N - f\|_{L^1(\mu)} \rightarrow 0$$

$$\mathbb{1}_A$$

$$f = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \mathbb{1}_{A_i}$$

$$\mathbb{1}_A$$

$\epsilon > 0$ $N > 0$ $m(A) < \infty$
 $B = A \cap [-N, N]^d$

$m(A \Delta B) < \epsilon$

A is a measurable set
 $\epsilon > 0$ $N > 0$

$C = \bigcap_{N=1}^{\infty} [-N, N]^d$

$m(A \Delta C) < 2\epsilon$

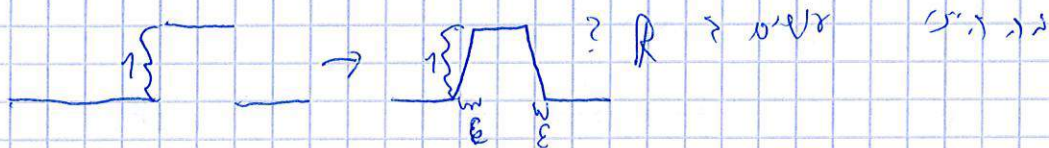
$\| \chi_A - \chi_C \|_{L^1(\mu)} = \int_{\mathbb{R}^d} |\chi_A - \chi_C| = m(A \Delta C) < 2\epsilon$

$\epsilon > 0$ $N > 0$ $C = \bigcap_{N=1}^{\infty} [-N, N]^d$

f is a measurable function
 $\epsilon > 0$ $N > 0$

A is a measurable set
 $\epsilon > 0$ $N > 0$

$[a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n] \subset \mathbb{R}^n$



$f_{\epsilon, i}(x) = \begin{cases} 1 & a_i \leq x < b_i + \epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$
 $f_{\epsilon}(x) = \prod_{i=1}^n f_{\epsilon, i}(x)$
 $\|f_{\epsilon} - f\|_1 \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} 0$

$$h(A) < \infty \quad \sim \text{also } \mathbb{N}^n \quad A \subseteq \mathbb{R}^d \quad \sim \sim \quad \text{f}(\sim \sim)$$

133N $f: A \rightarrow R$ 133N

[illegible]

ה- צד
כחלק
מציג
המחבר
כחלק
ה- צד

[illegible]

۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ۵) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

[illegible]

$m(f_h \neq f) = 0^{-1}$

$\sim \text{Cg}^{\wedge}$ $\text{'Sd}\delta^N$ λ^P/Λ

Handwritten: $\gamma \sim (\Omega, F, \mu) \sim (Egorov \& \text{Gell-Mann})$

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ $f_n: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ 150

$$\mu(L(A)) < \infty \quad \text{or} \quad A \in \mathcal{L} \quad \text{or} \quad \mathcal{L} \supset \mathcal{L} \quad \text{or} \quad \mathcal{L} \supset \mathcal{L}$$
$$\frac{f''}{f'} \Big|_A \leq \frac{f''}{f'} \Big|_B \quad \text{es}$$

$m(A) < \infty$ oder $A \subseteq \mathbb{R}^d$ mit L -Messigkeit (oder

$$\gamma \geq 0 \quad E = \mathbb{R} \quad \sim \mathbb{N} \quad \text{SIC} \quad \text{BIBN} \quad f: A \rightarrow \mathbb{R} \quad \sim \mathbb{N}$$
$$f|_E \quad m(A \setminus E) < \epsilon$$

פירוש
שנה ג' ע"א פירוש

$f \in A \rightarrow \mathbb{R} \sim \text{ker} \quad f_h: \mathbb{R}^h \rightarrow \mathbb{R}$

$E \subseteq A$ $\uparrow$ E gorov $\cdot$ wenn $G \in E$ ')'
 ~~$E \subseteq A$~~ E'' $f|_E \leftarrow f|_f$ $\rightarrow$ $m(A \setminus E) < \epsilon$ ρ $\rightarrow$

$f_n|_E$ חזרה
 $E \supset$ חזרה
 $f|_E$ חזרה

$m(E) = \sup \{ m(F) \mid F \subseteq E, F \text{ סגור} \}$

$F \subseteq E$ חזרה
 $m(F^c) < 2\epsilon$ חזרה
 $m(E \setminus F) < \epsilon$ חזרה

$f|_F$ חזרה

$f|_A$ חזרה
 $x \in A$ חזרה
 f חזרה

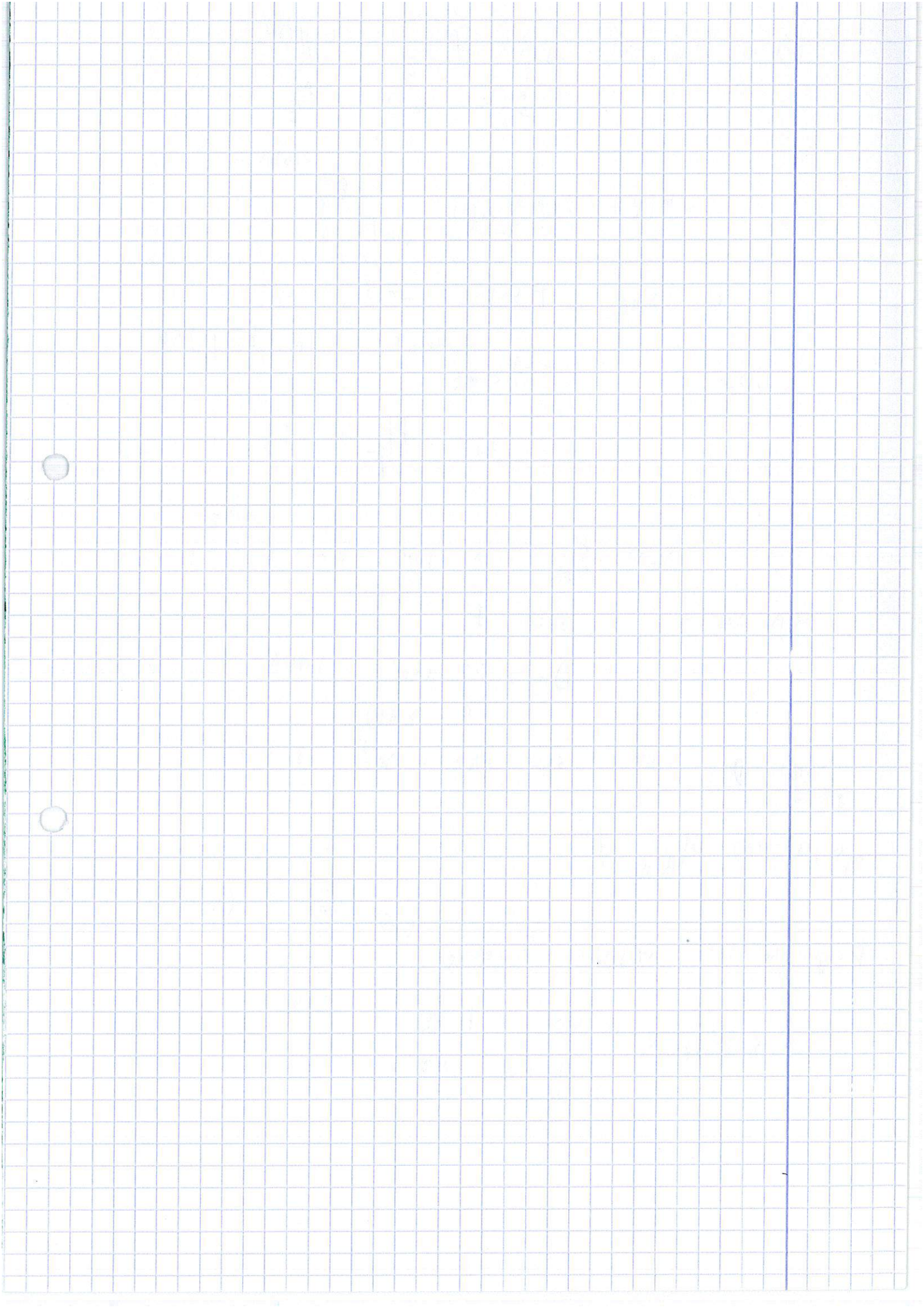
$D(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$

$D|_{\mathbb{Q}}$ חזרה

$D|_{\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}}$ חזרה

$E \subseteq \mathbb{R}^n$ חזרה
 T חזרה

$f: E \rightarrow \mathbb{R}$ חזרה
 $g|_E = f$ חזרה



$\gamma_j > 1$ $f_{j,0}$ $f_n > 0$ ~ 100000 ~ 100000 n

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$

γ_j $f_{j,0}$ f_n γ_j f_n f

$$\int f_n \rightarrow \int f$$

$|f_n| < g$ p.p. w.r.t. μ $\Rightarrow \int f_n \rightarrow \int f$ s.k.

Factorize the number (3)

$$\int \liminf f \leq \liminf \int f_n^{sc}$$

$$f_n \geq 0$$

$$F(\gamma) = \int_0^{\infty} e^{-x} \frac{\sin x}{x} dx \quad \text{so } 1 \leq \gamma \leq \infty$$

$$e^{-x} \sin x \quad \delta \quad \sim \text{oscillates} \quad \sim \text{oscillates} \quad \sim \text{oscillates}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dy} F(y) &= \frac{d}{dy} \int_0^{\infty} e^{-xy} \frac{\sin x}{x} dx \\
 &= - \int_0^{\infty} e^{-xy} \sin x dx = -\frac{1}{1+y^2}
 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dy} \int_0^{\infty} e^{-xy} \frac{\sin x}{x} dx = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\int_0^{\infty} e^{-x(y+h)} - e^{-xy} \right) \frac{\sin x}{x} dx$$

$$\alpha_n \xrightarrow{h \rightarrow \infty} 0 \quad \text{or} \quad f_h(x) = \frac{(e^{-xy} + \alpha_n) \sin x}{x \cdot 2h} \approx e^{-xy} \sin x$$

$$f_h(x) \rightarrow \frac{1}{2h} e^{-xy} \frac{\sin x}{x}$$

f_h is not a good guess

~~$$f_h(x) = e^{-xy} \sin x$$~~

~~$$f_h(x) =$$~~

~~$$f_h(x) = \frac{e^{-xy} - e^{-x\alpha_n}}{x\alpha_n} \sin x$$~~

$$\frac{e^{-xy} - e^{-x\alpha_n}}{x\alpha_n} \sin x = e^{\alpha_n} \sin x$$

$$[-xy, -xy - x\alpha_n]$$

$$-xy \leq -xy - x\alpha_n \leq -x\alpha_n$$

$$|C_n + xy| < |x\alpha_n|$$

$$|\alpha_n| \leq \frac{xy}{2}$$

$$-x\alpha_n \leq C_n + xy \leq x\alpha_n$$

$$|f_h(x)| = |e^{\alpha_n} \sin x| \leq e^{\frac{xy}{2}} |\sin x| \leq e^{\frac{xy}{2}}$$

$$\phi(y) = e^{-\frac{xy}{2}}$$

$$\phi'(y) = -\frac{x}{2} e^{-\frac{xy}{2}}$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \phi(y) = 0$$

$$F(y) = -\ln \tan(y) + \frac{\pi}{2}$$

$\{f_n\}$ is a sequence of functions on R such that $f_n \xrightarrow{a.e.} f$

$0 < \epsilon$ is given. Since $\int_R f_n \rightarrow \int_R f$ we can find N such that for $n > N$

$\epsilon > 0$ and $h_0 > 0$

$$\forall n > n_0 \quad \left| \int_{R \setminus A} f_n \right| < \epsilon \quad \forall x \in A \quad |f_n| < \epsilon$$

$\int_{R \setminus A} |f_n| < \epsilon$ is true for all $n > n_0$

$$\int_R f_n \rightarrow \int_R f$$

R is a set of functions f such that $\int_B f < \epsilon$

$$\int_{B^c} |f| < \epsilon \quad \text{for } B \text{ of measure } \delta$$

$\epsilon > 0$ is given. Since $\int_B f < \epsilon$ we can find δ such that

$$\int_{B^c} |f| < \epsilon \quad \text{if } |B| \leq \delta$$

$A \subseteq B$ implies $\int_A f < \epsilon$

$$A \supseteq f_n \xrightarrow{u} f \quad \text{if } m(B \setminus A) < \frac{\epsilon}{M}$$

$\forall h > n_0 \quad \left| \int_R (f_n - f_h) \right| < \epsilon$
 $A \rightarrow |f_h - f| < \frac{\epsilon}{m(A)}$

$A > \epsilon \rightarrow$ choose ϵ

$$\int_{R-A} f_h = \int_R (f_h - f) + \int_A (f_h - f) + \int_{R-B} f + \int_{B-A} f$$

$$\leq \epsilon + m(A) \frac{\epsilon}{m(A)} + \epsilon + \frac{\epsilon}{m} \cdot m = 4\epsilon$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & x \notin A \\ |f(x)| + \frac{\epsilon}{m(A)} & x \in A \end{cases}$$

$$\|f_h\| < g \quad \text{work } g$$

Factor

$$\int_{R-A} |f| \leq \liminf \int_{R-A} |f_h| < \epsilon$$

$$\int_A |f - f_h| \rightarrow 0$$

$$\int_R |f - f_h| \leq \int_{R-A} |f| + \int_{R-A} |f_h| + \int_A |f_h - f|$$

$$\limsup \int_{R-A} |f - f_h| \leq 2\epsilon$$

$$\left| \int_R f - \int_R f_h \right| \leq$$