

new

$$A \subseteq \mathbb{R}^d \quad \Rightarrow \text{if } \gamma \in A \quad \Rightarrow \gamma \in \mathbb{R}^d \quad \Rightarrow \gamma \in \mathbb{R}^d \quad \Rightarrow \gamma \in \mathbb{R}^d$$

~ 100 % 'steife' Kanten, 50 % 'weiche' Kanten (wird z.B. als  $\frac{1}{2}$  gewichtet)

$n=3 \quad d=3 \quad n=6 \quad d=2 \quad n=10 \quad d=1$

גב' נ - נספח

• תאריך: 3/10/21 חומר: גיאומטריה אנליטית

[illegible]

(8807 2/9 108.16 32037) 10' 31.0 11.5 0.2(e)

?  $\Delta G^\circ$  for  $\text{N}_2\text{O}_4 \rightleftharpoons 2\text{NO}_2$  at  $25^\circ\text{C}$


$$P \subseteq \mathbb{R}^2 \quad \text{Schnittpunkt} \quad | \text{Schnitt}$$

הנהגות קצת

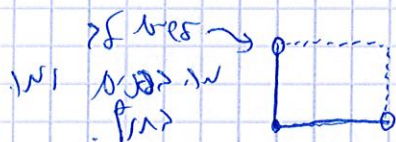
$$P = [a, b) \times [c, d)$$

$$a \leq b$$
  
$$c \leq d$$

$$a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

~~for n = 1 to n~~



$[a, b) \cup (c, d) \cup (e, f) \cup (g, h) \cup (i, j)$

[illegible]

$$[a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \dots \times [a_n, b_n]$$

$$N_{\mathcal{A}} \rightarrow P^0 = (a, b) \times (c, d) \quad \bar{P} = [a, b] \times [c, d]$$

$$(b-a) \cdot (d-c) \sim_{\text{JS}} \text{JS}(P \text{ de } \wedge \text{Ge} - \text{JS}(d))$$
$$m_2(p)$$

$\sigma_{\text{max}}$   $\sigma_{\text{min}}$

$P$  ist ein  $\omega$ -N.N.  $\Rightarrow m(P) = \infty$

e N/N<sub>0</sub> N<sub>1</sub> P<sub>h</sub> > N<sub>3</sub> 78 151

$$m([a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n]) = \prod_{i=1}^n (b_i - a_i)$$

מכונה  $\mathbb{R}^n$  ונקראת  $\mathbb{R}^n$  - מרחב וקטורי

$P, P_1, P_2, \dots, P_n \subseteq \mathbb{R}^n$  נקראת משפחה

$$P = \bigcup_{i=1}^n P_i$$

אז, מרחב וקטורי

$$m(P) = \sum_{i=1}^n m(P_i)$$

$P, P_1, \dots, P_n \subseteq \mathbb{R}^2$  נקראת משפחה

$$P \subseteq \bigcup_{i=1}^n P_i$$

$$m(P) \leq \sum_{i=1}^n m(P_i)$$

"משפחה" משפחה של  $\mathbb{R}^2$  נקראת משפחה

המשפחה  $P$  נקראת משפחה  $P, P_1, P_2, \dots, P_n$  משפחה

אז,  $P, P_1, P_2, \dots, P_n$  משפחה

משפחה  $P$  נקראת משפחה

$$m(P) \leq \sum_{i=1}^n m(P_i)$$

משפחה  $P$  נקראת משפחה

$$(b_m - b_0)(a_n - a_0) = \sum_{i=0}^{m-1} (b_{i+1} - b_i)(a_{i+1} - a_i)$$

משפחה  $P$  נקראת משפחה

משפחה  $P$  נקראת משפחה  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$  נקראת משפחה



$$\Omega = [0, 1]^2$$

משפחה  $P$  נקראת משפחה

משפחה  $P$  נקראת משפחה  $A \subseteq \Omega$  נקראת משפחה

משפחה  $P$  נקראת משפחה

משפחה  $P$  נקראת משפחה

משפחה  $P$  נקראת משפחה

משפחה  $P$  נקראת משפחה

משפחה  $P$  נקראת משפחה  $A \cup B, A \cap B$  נקראת משפחה  $A \setminus B = A \cap B^c$

הוכחה

נניח  $A$  ו  $B$  הם קבוצות מנותחות, כלומר  $A \cap B = \emptyset$ .

אז  $A \cup B$  היא קבוצת המכסה של  $A$  ו  $B$ .

נניח  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  ו  $B = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$  הם קבוצות מנותחות.

אז  $A \cup B = \{A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m\}$  היא קבוצת המכסה של  $A \cup B$ .

לכן  $m(A \cup B) = m(A) + m(B)$ .

הוכחה: נניח  $A$  היא קבוצת המכסה של  $X$ .

$$\left( \begin{array}{l} \text{אם } A \text{ היא קבוצת המכסה של } X \\ \text{ואם } B \text{ היא קבוצת המכסה של } Y \\ \text{אז } A \cup B \text{ היא קבוצת המכסה של } X \cup Y \end{array} \right)$$

נניח  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  ו  $B = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$  הם קבוצות מנותחות.

אז  $A \cup B$  היא קבוצת המכסה של  $A \cup B$ .

$$m(A \cup B) = \sum_{i=1}^n m(A_i) + \sum_{j=1}^m m(B_j)$$

$$A = P_1 \cup \dots \cup P_n$$

נניח  $A$  היא קבוצת המכסה של  $X$  ו  $B$  היא קבוצת המכסה של  $Y$ .

$$A = \bigcup_{i=1}^n P_i = \bigcup_{j=1}^m Q_j$$

$$\sum_{i=1}^n m(P_i) = \sum_{j=1}^m m(Q_j)$$

נניח  $A$  היא קבוצת המכסה של  $X$  ו  $B$  היא קבוצת המכסה של  $Y$ .

אז  $A \cup B$  היא קבוצת המכסה של  $A \cup B$ .

לכן  $m(A \cup B) = m(A) + m(B)$ .

הוכחה: נניח  $A$  היא קבוצת המכסה של  $X$  ו  $B$  היא קבוצת המכסה של  $Y$ .

$$m(A \cup B) = m(A) + m(B)$$

$\forall A, B \in \mathcal{R} \quad m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B)$

$m(A \cup B) = m(A \setminus B) + m(A \cap B) + m(B \setminus A) = m(A \setminus B) + m(A \cap B) + m(B \setminus A) + m(A \cap B) - m(A \cap B) =$   
 $= m(B) + m(A) - m(A \cap B)$

$m\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{j=1}^n m(A_j)$

$A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \implies m(A) \leq \sum_{i=1}^{\infty} m(A_i)$

... (Handwritten notes in Hebrew) ...

... (Handwritten notes in Hebrew) ...

(100) ... (Handwritten notes in Hebrew) ...

$A' \subseteq \mathcal{R}^2$  ... (Handwritten notes in Hebrew) ...

$m(A' \setminus A) < \epsilon$

$m(A'' \setminus A) < \epsilon$

$[a, b) \times [c, d)$  ... (Handwritten notes in Hebrew) ...

$A' = [a+\delta, b-\delta) \times [c+\delta, d-\delta)$

$A'' = [a-\delta, b+\delta) \times [c-\delta, d+\delta)$

$\delta < \epsilon \implies \delta(a, b, c, d, \epsilon)$

... (Handwritten notes in Hebrew) ...

המשפט - גורס כי -  $\mu(A \setminus B) < \epsilon$

אם  $0 < \epsilon < 1$  נבחר  $\delta$  כך ש  $\mu(A \setminus B) < \delta$

$\bar{B} \subseteq A$  או  $\mu(A \setminus B) < \delta$   $B$  נכנסת בקטן  $A$  כל עוד

$A_i \subseteq B_i$   $B_i$  נכנסת בקטן  $A_i$  כל עוד

$$\mu(B_i \setminus A_i) < \frac{\epsilon}{2^i}$$

נבחר  $B_1, B_2, \dots$  כך ש  $\mu(B_i \setminus A_i) < \frac{\epsilon}{2^i}$

אז  $\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i \subseteq A$  כל עוד  $\mu(B_i \setminus A_i) < \frac{\epsilon}{2^i}$

( $B_1, B_2, \dots$  נבחרו כך ש  $\mu(B_i \setminus A_i) < \frac{\epsilon}{2^i}$ )

$$\bar{B} \subseteq A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} B_i$$

$B \subseteq \bar{B} \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} B_i$  כל עוד  $\mu(B_i \setminus A_i) < \frac{\epsilon}{2^i}$

אז  $\mu(B) \leq \mu(\bar{B}) \leq \mu(\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i) \leq \mu(A) + \epsilon$

$$\bar{B} \subseteq \bigcup_{i=1}^N B_i^0 \quad \epsilon > 0 \quad \mu(B_i^0 \setminus A_i) < \frac{\epsilon}{2^i}$$

$$B \subseteq \bar{B} \subseteq \bigcup_{i=1}^N B_i^0 \subseteq \bigcup_{i=1}^N B_i$$

$$\mu(B) \leq \mu(\bigcup_{i=1}^N B_i) \leq \sum_{i=1}^N \mu(B_i) \leq \mu(A) + \epsilon$$

$$\mu(A) \leq \mu(B \cup (A \setminus B)) = \mu(B) + \mu(A \setminus B) \leq \mu(B) + \epsilon$$

$$\mu(B_i) \leq \mu(A_i \cup (B_i \setminus A_i)) \leq \mu(A_i) + \frac{\epsilon}{2^i}$$

$$\mu(A) - \epsilon \leq \mu(B) \leq \sum_{i=1}^{\infty} \mu(B_i) \leq \sum_{i=1}^{\infty} [\mu(A_i) + \frac{\epsilon}{2^i}] \leq$$

$$\leq \sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i) + \epsilon$$

$$\mu(A) \leq \sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i) + \epsilon$$

(המשפט גורס כי -  $\mu(A) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i)$ )

אם  $A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$  אז  $\mu(A) \leq \sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i)$

$$\mu(A) \leq \sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i)$$

$A \subseteq \mathbb{R}^d$

$$m^*(A) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} m(P_i) \mid A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} P_i \right\}$$

$\mathbb{R}^2$

$$m^*(\emptyset) = 0$$

$A, B \subseteq \mathbb{R}^d$

$$m^*(A \cup B) \leq m^*(A) + m^*(B)$$

$m^*(A) = 0$

$$A = \{x_i\}_{i=1}^{\infty}$$

$x_i$

$$m^*(A) \leq \epsilon$$

$A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} P_i$

$$A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} P_i$$

$$m^*(A) \leq m^*(B) \quad A \subseteq B$$

$$m^*(A) = m(A) \quad A \subseteq \mathbb{R}^d$$

$$A = \bigcup_{i=1}^N P_i$$

$$m^*(A) \leq \sum_{i=1}^N m(P_i) = m(A)$$

$$m^*(A) \geq m(A)$$

$A, P_1, P_2, \dots \subseteq \Omega$

$$m(A) \leq \sum_{i=1}^{\infty} m(P_i)$$

22/10/13

2.2 מדידת

משטח

15 / 10 / 13



קבוצה סגורה

$\Omega =$



משטח

$m(P)$  מדידת

המשטח, והוא יכול להיות גם שלילי

המשטח הוא המידה של השטח של הקבוצה

המשטח הוא המידה של השטח של הקבוצה

$m^*(A)$  מדידת משטח של  $A \subseteq \mathbb{R}^n$

$$m^*(A) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} m(P_i) : A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} P_i \right\}$$

$$A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} P_i$$

המשטח הוא המידה של השטח של הקבוצה

$$m^*(A) = m(A)$$

$$m^*(A) = 0 \iff A \text{ הוא קבוצה נחשבת}$$

$$\gamma = m^*([0,1] \times [0,1])$$

$$\gamma = m^*([0,1]^2) \leq m^*([0,1] \times \{0\}) = 0$$

$$\gamma = m^*([0,1]^2) \leq m^*([0,1] \times [0,1]) = 1$$

$$P = [0, 1+\epsilon]^2$$

$$m^*([0,1]^2) = \pi r^2$$

$$A \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$$

$$A_1, A_2, \dots \subseteq \mathbb{R}^n$$

$$m^*(A) \leq \sum_{i=1}^{\infty} m^*(A_i)$$

$$[0, +\infty)$$

$$A \subseteq \mathbb{R}^2$$

$$-\infty \leq x \leq +\infty$$

$$m^*(A_i) = +\infty$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} m(P_j^{(i)}) \leq m^*(A_i) + \epsilon$$

~~ACWA~~ 2011

$$m^*(A) \leq \sum_{i=1}^{\infty} m^*(A_i) + \epsilon \quad \forall \epsilon > 0$$

$$m^*(A) \leq \sum_{i=1}^{\infty} m^*(A_i) \quad \text{p. 81}$$

$$- ([0,1]^2) \leq 1 \quad \text{f. } \rho(1,2,0)$$

$$m^*(\{0,1\}^2) \leq m^*([0,1]^2) + m^*(\{1\} \times [0,1]) + m^*([0,1] \times \{1\})$$

$\text{[scribble]} = 1$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$

$$m^*(A \cup B) \leq m^*(A) + m^*(B) \quad \text{vs} \quad B \sim A \quad \text{vs} \quad \text{good}$$

1.  $\sqrt{100} = 10$   
 2.  $\sqrt{100} = 10$   
 3.  $\sqrt{100} = 10$   
 4.  $\sqrt{100} = 10$   
 5.  $\sqrt{100} = 10$   
 6.  $\sqrt{100} = 10$   
 7.  $\sqrt{100} = 10$   
 8.  $\sqrt{100} = 10$   
 9.  $\sqrt{100} = 10$   
 10.  $\sqrt{100} = 10$

8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,97,98,99,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,110,111,112,113,114,115,116,117,118,119,120,121,122,123,124,125,126,127,128,129,130,131,132,133,134,135,136,137,138,139,140,141,142,143,144,145,146,147,148,149,150,151,152,153,154,155,156,157,158,159,160,161,162,163,164,165,166,167,168,169,170,171,172,173,174,175,176,177,178,179,180,181,182,183,184,185,186,187,188,189,190,191,192,193,194,195,196,197,198,199,200,201,202,203,204,205,206,207,208,209,210,211,212,213,214,215,216,217,218,219,220,221,222,223,224,225,226,227,228,229,230,231,232,233,234,235,236,237,238,239,240,241,242,243,244,245,246,247,248,249,250,251,252,253,254,255,256,257,258,259,260,261,262,263,264,265,266,267,268,269,270,271,272,273,274,275,276,277,278,279,280,281,282,283,284,285,286,287,288,289,290,291,292,293,294,295,296,297,298,299,300,301,302,303,304,305,306,307,308,309,310,311,312,313,314,315,316,317,318,319,320,321,322,323,324,325,326,327,328,329,330,331,332,333,334,335,336,337,338,339,340,341,342,343,344,345,346,347,348,349,350,351,352,353,354,355,356,357,358,359,360,361,362,363,364,365,366,367,368,369,370,371,372,373,374,375,376,377,378,379,380,381,382,383,384,385,386,387,388,389,390,391,392,393,394,395,396,397,398,399,400,401,402,403,404,405,406,407,408,409,410,411,412,413,414,415,416,417,418,419,420,421,422,423,424,425,426,427,428,429,430,431,432,433,434,435,436,437,438,439,440,441,442,443,444,445,446,447,448,449,450,451,452,453,454,455,456,457,458,459,460,461,462,463,464,465,466,467,468,469,470,471,472,473,474,475,476,477,478,479,480,481,482,483,484,485,486,487,488,489,490,491,492,493,494,495,496,497,498,499,500,501,502,503,504,505,506,507,508,509,510,511,512,513,514,515,516,517,518,519,520,521,522,523,524,525,526,527,528,529,530,531,532,533,534,535,536,537,538,539,540,541,542,543,544,545,546,547,548,549,550,551,552,553,554,555,556,557,558,559,560,561,562,563,564,565,566,567,568,569,570,571,572,573,574,575,576,577,578,579,580,581,582,583,584,585,586,587,588,589,590,591,592,593,594,595,596,597,598,599,600,601,602,603,604,605,606,607,608,609,610,611,612,613,614,615,616,617,618,619,620,621,622,623,624,625,626,627,628,629,630,631,632,633,634,635,636,637,638,639,640,641,642,643,644,645,646,647,648,649,650,651,652,653,654,655,656,657,658,659,660,661,662,663,664,665,666,667,668,669,670,671,672,673,674,675,676,677,678,679,680,681,682,683,684,685,686,687,688,689,690,691,692,693,694,695,696,697,698,699,700,701,702,703,704,705,706,707,708,709,710,711,712,713,714,715,716,717,718,719,720,721,722,723,724,725,726,727,728,729,730,731,732,733,734,735,736,737,738,739,740,741,742,743,744,745,746,747,748,749,750,751,752,753,754,755,756,757,758,759,760,761,762,763,764,765,766,767,768,769,770,771,772,773,774,775,776,777,778,779,780,781,782,783,784,785,786,787,788,789,790,791,792,793,794,795,796,797,798,799,800,801,802,803,804,805,806,807,808,809,810,811,812,813,814,815,816,817,818,819,820,821,822,823,824,825,826,827,828,829,830,831,832,833,834,835,836,837,838,839,840,841,842,843,844,845,846,847,848,849,850,851,852,853,854,855,856,857,858,859,860,861,862,863,864,865,866,867,868,869,870,871,872,873,874,875,876,877,878,879,880,881,882,883,884,885,886,887,888,889,890,891,892,893,894,895,896,897,898,899,900,901,902,903,904,905,906,907,908,909,910,911,912,913,914,915,916,917,918,919,920,921,922,923,924,925,926,927,928,929,930,931,932,933,934,935,936,937,938,939,940,941,942,943,944,945,946,947,948,949,950,951,952,953,954,955,956,957,958,959,960,961,962,963,964,965,966,967,968,969,970,971,972,973,974,975,976,977,978,979,980,981,982,983,984,985,986,987,988,989,990,991,992,993,994,995,996,997,998,999,1000,1001,1002,1003,1004,1005,1006,1007,1008,1009,1010,1011,1012,1013,1014,1015,1016,1017,1018,1019,1020,1021,1022,1023,1024,1025,1026,1027,1028,1029,1030,1031,1032,1033,1034,1035,1036,1037,1038,1039,1040,1041,1042,1043,

$$d(A, B) = \inf_{\substack{x \in A \\ y \in B}} |x - y|$$

$$m^*(A \cup B) = m^*(A) + m^*(B) \text{ w/o s.c.}$$

מבין - נכון ונכון - נכון

$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 + U(r) \right) = 0$

$$\Omega = [0, 1]^2 \text{ ges } \Omega \quad \text{so } \Omega \text{ ist } \text{so } \Omega \text{ ist } \text{so } \Omega \text{ ist}$$

Lebesgue measurable  $\Leftrightarrow \exists \delta > 0$  such that  $\mu(A \cap I) \leq \delta$  for all intervals  $I$  with  $|I| \leq \delta$ .

$$m^*(A \triangle A_6) < \varepsilon$$

$$m(A) := m^*(A) \quad \begin{array}{ccccccc} \text{Nes} & \text{des} & \text{ss} & \text{ss} & \text{ss} & \text{ss} & \text{ss} \\ A & \text{de} & \text{ss} & \text{ss} & \text{ss} & \text{ss} & \text{ss} \end{array}$$

המשפט

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

$$A^c \Delta B^c = A \Delta B$$

הקבוצה המשותפת של A ו-B

המשפט 1.1.1.  $d(A, B) = m^*(A \Delta B)$  הוא פסודומטריק (pseudometric) על  $\mathcal{A}$ .

$$|m^*(A) - m^*(B)| \leq m^*(A \Delta B)$$

המשפט 1.1.2.  $m^*(A) \leq m^*(B \cup (A \setminus B)) \leq m^*(B) + m^*(A \Delta B)$

$$m^*(A) \leq m^*(B \cup (A \setminus B)) \leq m^*(B) + m^*(A \Delta B)$$

$$m^*(B) \leq m^*(A) + m^*(A \Delta B)$$

המשפט 1.1.3.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית (null set).

המשפט 1.1.4.  $m^*(A \Delta \emptyset) = m^*(A)$

המשפט 1.1.5.

$$m^*(A \Delta \emptyset) = m^*(A) = 0 \iff A = \emptyset$$

המשפט 1.1.6.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.

המשפט 1.1.7.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.

המשפט 1.1.8.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.



המשפט 1.1.9.  $A = \emptyset$  אם ורק אם  $m^*(A) = 0$ .

המשפט 1.1.10.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.

המשפט 1.1.11.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.

המשפט 1.1.12.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.

המשפט 1.1.13.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.

המשפט 1.1.14.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.

המשפט 1.1.15.  $m^*(A) = 0$  אם ורק אם  $A$  היא קבוצה נולדית.

$$m^*(A \Delta A_{\epsilon_2}) < \epsilon_2$$

$$m^*(A \Delta B_{\epsilon_2}) < \epsilon_2$$

$$m^*((A \cup B) \Delta (A_{\epsilon_2} \cup B_{\epsilon_2})) \leq m^*(A \Delta A_{\epsilon_2}) \vee m^*(B \Delta B_{\epsilon_2}) < \epsilon$$

$$A^c = R \setminus A$$

$$A \subseteq B \iff A \cap B = A$$



$$A^c \cap A = \emptyset$$

$$m^*(A^c \cap A) = m^*(\emptyset) = 0$$

20/10/13

2 פרטים

נרשם

נרשם נרשם

נרשם  $A$   $\Rightarrow$   $\dots$

נרשם

$$A = \bigcup_{i=1}^m [x_{i1}, y_{i1}) \times \dots \times [x_{in}, y_{in})$$

$$m(A) = \sum_{i=1}^m \prod_{k=1}^n (y_{ik} - x_{ik})$$

$$0.x_1x_2x_3\dots \quad |N| \quad x \in [0,1) \quad |N| - |N|$$

$$x = \sum_{h=1}^{\infty} x_h \cdot 10^{-h}$$

$$0 < i_1 < i_2 < \dots < i_h$$

$$1 \leq k \leq n \quad \text{נרשם} \quad \text{נרשם} \quad \text{נרשם}$$

$$A_{ik} \in \{0,1,\dots,9\}$$

$$A = \{x \in [0,1) \mid x_{ik} \in A_{ik}\}$$

$$A_{ik} \quad \text{נרשם} \quad i_k \quad \text{נרשם} \quad \text{נרשם}$$

$$m(A) = \prod_{k=1}^n |A_{ik}| \cdot 10^{-n}$$

$$\left( \{0,1,\dots,9\} \right) \quad \text{נרשם} \quad \text{נרשם} \quad i_k = k \quad \text{נרשם}$$

$$\{x \mid x_1=a_1, x_2=a_2, \dots, x_n=a_n\} = [0.a_1a_2\dots a_n, 0.a_1a_2\dots a_n + 10^{-n})$$

$$\{x \mid x_1=a_1, x_2=a_2, \dots, x_n=a_n\} = [0.a_1a_2\dots a_n, 0.a_1a_2\dots a_n + 10^{-n})$$

$$\text{נרשם} \quad \text{נרשם} \quad \text{נרשם} \quad \text{נרשם}$$

$$a_i \in A_i \quad \text{נרשם} \quad a_1, \dots, a_n \quad \text{נרשם}$$

$$\prod_{i=1}^n |A_i| \cdot 10^{-n}$$

$$m^*(A) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} |R_i| \mid \bigcup R_i \supseteq A, R_i \text{ are rectangles} \right\}$$

$$f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}_+ \\ A = \{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq f(x)\}$$

$$m^*(A) = \int_0^1 f(x) dx$$

$$I_n(x) \in \mathcal{P}(h) \quad x \in [0,1] \quad \text{for } h \in \mathbb{N}$$

$$f_n^-(x) = \inf_{y \in I_n(x)} f(y) \quad f_n^+(x) = \sup_{y \in I_n(x)} f(y)$$

$$A_n^\pm = \{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq f_n^\pm(x)\}$$

$$\int_0^1 f^\pm(x) dx = m^*(A_n^\pm) \quad A_n^- \subseteq A \quad A_n^+ \supseteq A$$

$$m^*(A) \geq m^*(A_n^-) = \int_0^1 f_n^-(x) dx \xrightarrow{h \rightarrow \infty} \int_0^1 f(x) dx$$

$$m^*(A) \leq m^*(A_n^+) = \int_0^1 f_n^+(x) dx \xrightarrow{h \rightarrow \infty} \int_0^1 f(x) dx$$

$$m^*(A) = \int_0^1 f(x) dx$$

$$A \subseteq \mathbb{R}^2 \quad \text{for } A \text{ measurable}$$

$$A_x = \{y \in \mathbb{R} \mid (x,y) \in A\}$$

$$m_1^*(A_x) = 0 \quad \text{for } A \text{ measurable}$$

$$m_2^*(A) = 0$$

$$A = \bigcup_{N=1}^{\infty} A_N \quad A_N = A \cap (\mathbb{R} \times [-N, N])$$

$$A_N \subseteq \bigcup_{k=1}^{\infty} I_k \times [-N, N] \quad m^*(A_N) = 0 \quad m^*(A) = 0$$

$$A_x \subseteq \bigcup_{k=1}^{\infty} I_k \quad m_1^*(A_x) = 0$$

$$\sum_{N=1}^{\infty} m_1^*(A_N) = 0 \quad \sum_{N=1}^{\infty} |I_N \times [-N, N]| \leq \epsilon$$