

הגדרה: ציבוריות של וקטורים $\mathbb{R}^3$ וקטור γ וקטור γ'

$E: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ וקטור γ וקטור γ' וקטור γ וקטור γ' וקטור γ וקטור γ'

$$\int_{\gamma} E = \int_a^b \langle E(\gamma(t)), \gamma'(t) \rangle dt$$

כאן $\langle \cdot, \cdot \rangle$ הוא המכפלה הסקלרית

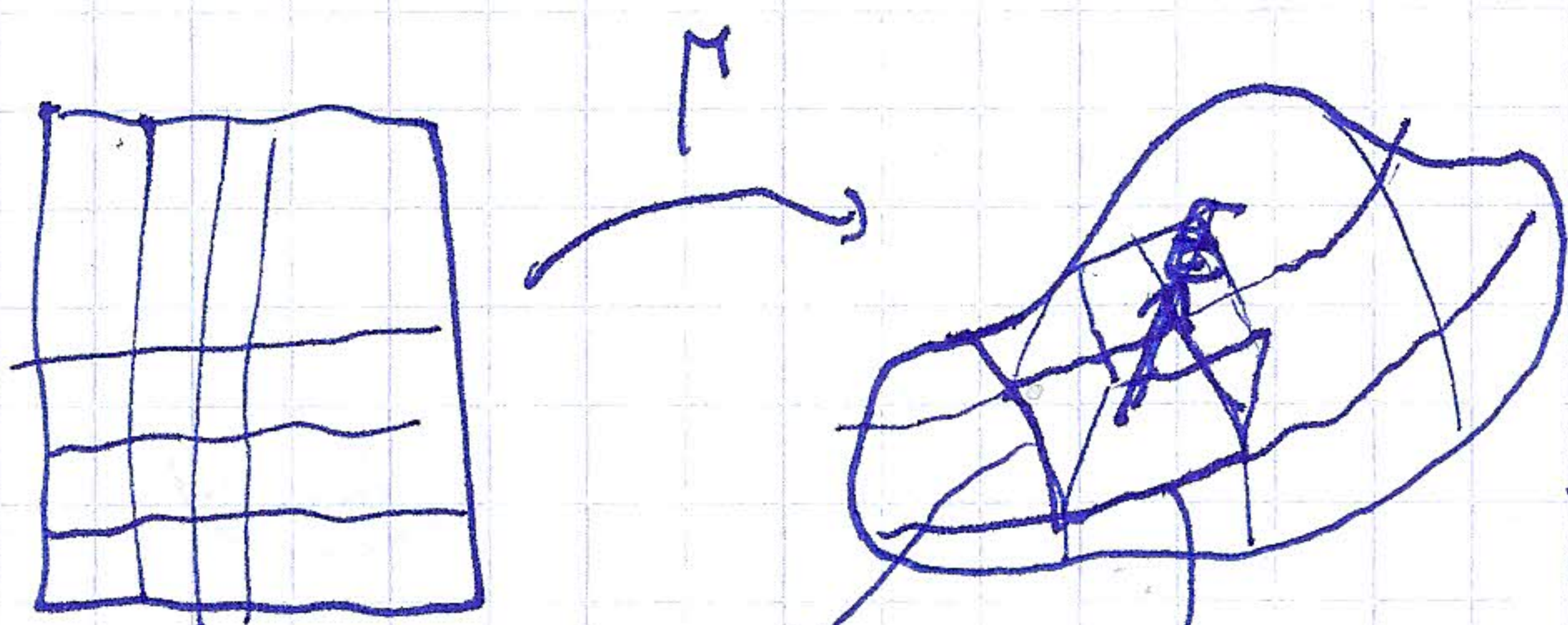
$\Gamma: B \rightarrow \mathbb{R}^3$ וקטור E וקטור γ וקטור γ' וקטור γ וקטור γ'

$$\int_{\Gamma} E = \int_B \det \begin{pmatrix} E(\Gamma(u)) & D_1 \Gamma(u) & D_2 \Gamma(u) \end{pmatrix} du = \int_B \langle E(\Gamma(u)), D_1 \Gamma(u) \times D_2 \Gamma(u) \rangle du$$

$$\langle u, v \times w \rangle = \det(u, v, w) \quad u, v, w \in \mathbb{R}^3$$

$$v \times w = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix} = \vec{e}_1 \begin{vmatrix} v_2 & v_3 \\ w_2 & w_3 \end{vmatrix} + \vec{e}_2 \begin{vmatrix} v_3 & v_1 \\ w_3 & w_1 \end{vmatrix} + \vec{e}_3 \begin{vmatrix} v_1 & v_2 \\ w_1 & w_2 \end{vmatrix}$$

הגדרה: ציבוריות של וקטורים $\mathbb{R}^3$ וקטור γ וקטור γ' וקטור γ וקטור γ'



$$D_1 \Gamma \cdot du_1 \quad D_2 \Gamma \cdot du_2$$

הגדרה: ציבוריות של וקטורים $\mathbb{R}^3$ וקטור γ וקטור γ' וקטור γ וקטור γ'

$$w = \sum_{i=1}^3 f_i dx_i$$

$$w(x, h) = \langle E(x), h \rangle$$

$$E_w$$

$$E_w(x) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x))$$

$$E(fw) = f \cdot E_w$$

$$E_w = \nabla f$$

$$w = df$$

$$\int_{\gamma} w = \int_{\gamma} E_w$$

$$\omega = \sum_{i < j} f_{ij} dx_i \wedge dx_j$$

1278 : 2-nd year k=2

$$\omega(x, h, k) = \det(H_{\omega}(x), h, k)$$

H_{ω} 1278

$$H_{\omega}(x) = (f_{23}(x) - f_{13}(x), f_{12}(x))$$

1278 1278 (Hodge)

$$H_{f\omega} = f \cdot H_{\omega}$$

$$f \in C(\mathbb{R}^3)$$

1278

$$2 \rightarrow$$

1278

$$\int_{\Gamma} \omega = \int_{\Gamma} H_{\omega}$$

$$\Gamma: B \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(\omega, \delta\omega) \leftrightarrow E_{\omega}$$

1278

1278

$$(\omega, \delta\omega) \leftrightarrow H_{\omega}$$

$$H_{\delta\omega} = \text{curl}(E_{\omega})$$

1278

$$\text{curl } E := \vec{\nabla} \times E = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ D_1 & D_2 & D_3 \\ E_1 & E_2 & E_3 \end{vmatrix}$$

1278

1278

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}$$

1278

1278

1278

1278

1278

1278

$$\int_{\partial\Gamma} E = \int_{\Gamma} \text{curl}(E)$$

1278

1278

1278

1278

1278

1278

1278

1278

$$\langle \text{curl } E(x, y, z), (x, y, z) \rangle = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$-0.1 < z < 0.1$$

$$t \in [0, 2\pi]$$

$$\sigma_z(t) = (\sqrt{1-z^2} \cos t, \sqrt{1-z^2} \sin t, z)$$

$$-0.1 < z < 0.1$$

1278

$$\int_{\sigma_z} E$$

1278

1278

1278

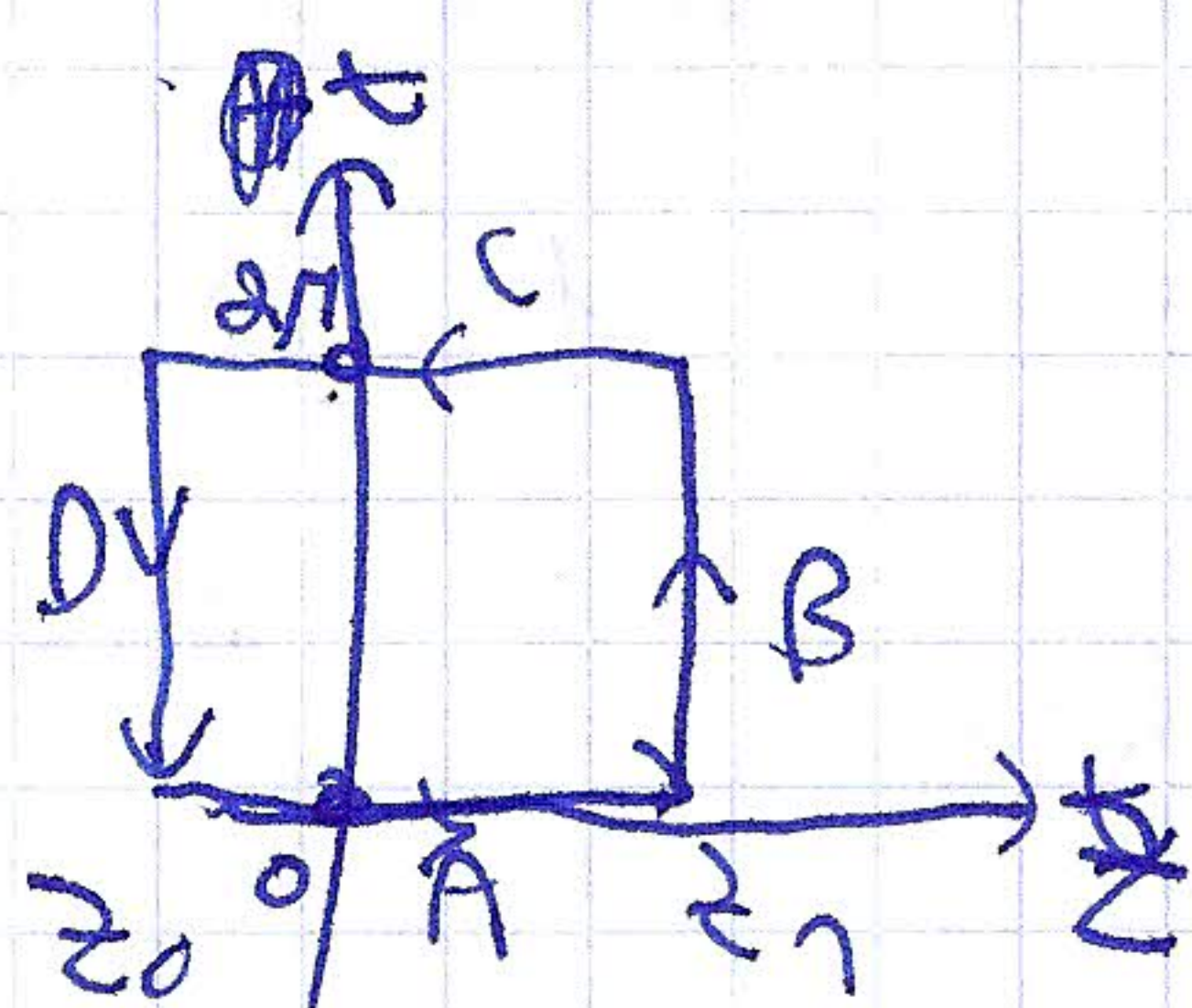
$$z_0 < z_1 \in (-0.1, 0.1)$$

1278

1278

$$\Gamma: [z_0, z_1] \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\Gamma(z, t) = \sigma_z(t)$$



(\sigma) \sigma \sigma \sigma \sigma \sigma

(\sigma) \sigma

$$\partial \Gamma = \Gamma|_A + \Gamma|_C + \Gamma|_B + \Gamma|_D$$

$$\Gamma|_A =$$

$$\Gamma|_C =$$

$$\Gamma|_A \sim -\Gamma|_C$$

ps

$$\partial \Gamma = \Gamma|_B + \Gamma|_D$$

ps

$$\Gamma|_B \sim \sigma_{z_1}$$

$$\Gamma|_D \sim -\sigma_{z_0}$$

$$\partial \Gamma \sim \sigma_{z_1} + \sigma_{z_0}$$

$$\int_{\Gamma} \text{curl} E = \int_{\sigma_{z_1}} E - \int_{\sigma_{z_0}} E$$

$$\int_{\Gamma} \text{curl} E = \int_B d\mu (\text{curl} E, D_z \Gamma, D_t \sigma) = \int_B \langle \text{curl} E, (D_z \Gamma \times D_t \Gamma) \rangle$$

$$\partial_z \Gamma = \left(\frac{-z}{\sqrt{1-z^2}} \cos t, \frac{-z}{\sqrt{1-z^2}} \sin t, 1 \right)$$

$$\partial_t \Gamma = \left(-\sqrt{1-z^2} \sin t, \sqrt{1-z^2} \cos t, 0 \right)$$

$$\partial_z \Gamma \times \partial_t \Gamma = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ \frac{-z}{\sqrt{1-z^2}} \cos t & \frac{-z}{\sqrt{1-z^2}} \sin t & 1 \\ -\sqrt{1-z^2} \sin t & \sqrt{1-z^2} \cos t & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{1-z^2} \cos t & -\sqrt{1-z^2} \sin t & -z \end{pmatrix}$$

||
- \Gamma(z, t)

$$\langle \text{curl} E(\Gamma), \partial_z \Gamma \times \partial_t \Gamma \rangle = - \langle \text{curl} E(\Gamma(z, t)), \Gamma(z, t) \rangle = 0$$

$$\rightarrow \int_{\Gamma} \text{curl} E = 0$$