

$\mathbb{R}^2$ וואס איז אן אינפֿיניטעסעמאל קליינע פֿאמיליע

און $W = f_1 dx_1 + f_2 dx_2$

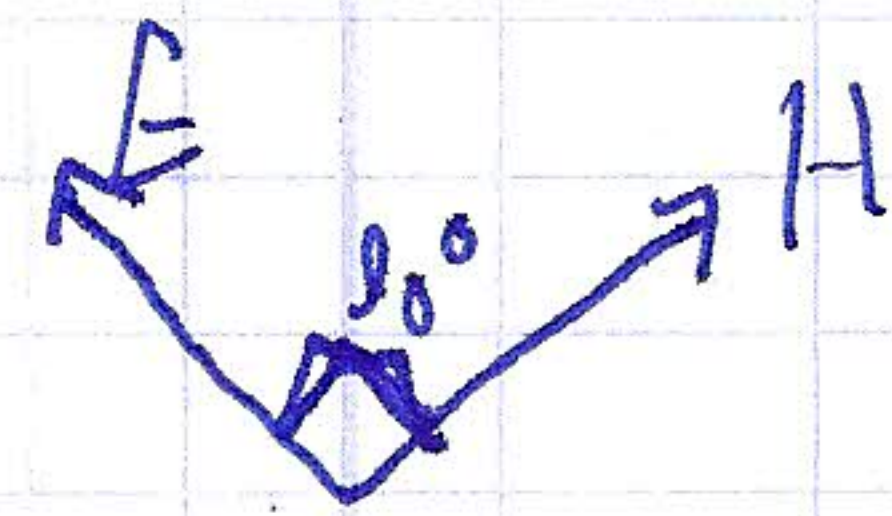
$$E(x) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$$

$$\xleftrightarrow{\text{Euc}} W$$

$$H(x) = \begin{pmatrix} A_2 \\ f_1 \end{pmatrix}$$

$$\xleftrightarrow{\text{det}} W$$

$$w(x,h) = \langle E(x), h \rangle = \det \begin{pmatrix} H(x) & 1 \\ 1 & h \end{pmatrix}$$



$\gamma: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ און δ

$$\int_{\gamma} W = \int_{\gamma} E = \int_a^b \langle E(\gamma(t)), \gamma'(t) \rangle dt = \int_{\gamma} H = \int_a^b \det \begin{pmatrix} H_1 \\ \gamma'_1 \end{pmatrix} dt$$

through γ

γ איז אן אינפֿיניטעסעמאל קליינע פֿאמיליע

$$dW = \underbrace{\text{div} H}_{\frac{\partial H_1}{\partial x_1} + \frac{\partial H_2}{\partial x_2}} dx_1 \wedge dx_2$$

און γ איז אן אינפֿיניטעסעמאל קליינע פֿאמיליע

$$\int_{\text{through } \gamma} H = \int_{\gamma} \text{div} H = \int_{\gamma} \text{div} H dx_1 \wedge dx_2$$

$\mathbb{C}$ וואס איז אן אינפֿיניטעסעמאל קליינע פֿאמיליע

$$(x,y) \leftrightarrow z = x + iy$$

און γ איז אן אינפֿיניטעסעמאל קליינע פֿאמיליע

$$z \mapsto \alpha: \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$$

און $h \mapsto \alpha(z, h)$ וואס איז אן אינפֿיניטעסעמאל קליינע פֿאמיליע

$$z \mapsto \alpha: \mathbb{C} \times \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}$$

$$(h_1, h_2) \mapsto \alpha(z, h_1, h_2)$$

וואס איז אן אינפֿיניטעסעמאל קליינע פֿאמיליע

$$\alpha: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$$

הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$z = \eta + i\theta$ הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$z \rightarrow \bar{z}$ הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$\bar{z} = \bar{\eta} - i\theta$ הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$\partial_z(z, h) = \partial_x(\eta, h) + i\partial_y(\eta, h) = \text{Re } h + i \text{Im } h = h$

$\partial_{\bar{z}}(z, h) = \bar{h}$ הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

(CR) הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$u_x = v_y$ הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$u_y = -v_x$

$C^1(U) \ni f$ הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$f: U \rightarrow \mathbb{C}$ הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$\partial(f \partial z) = 0$

הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

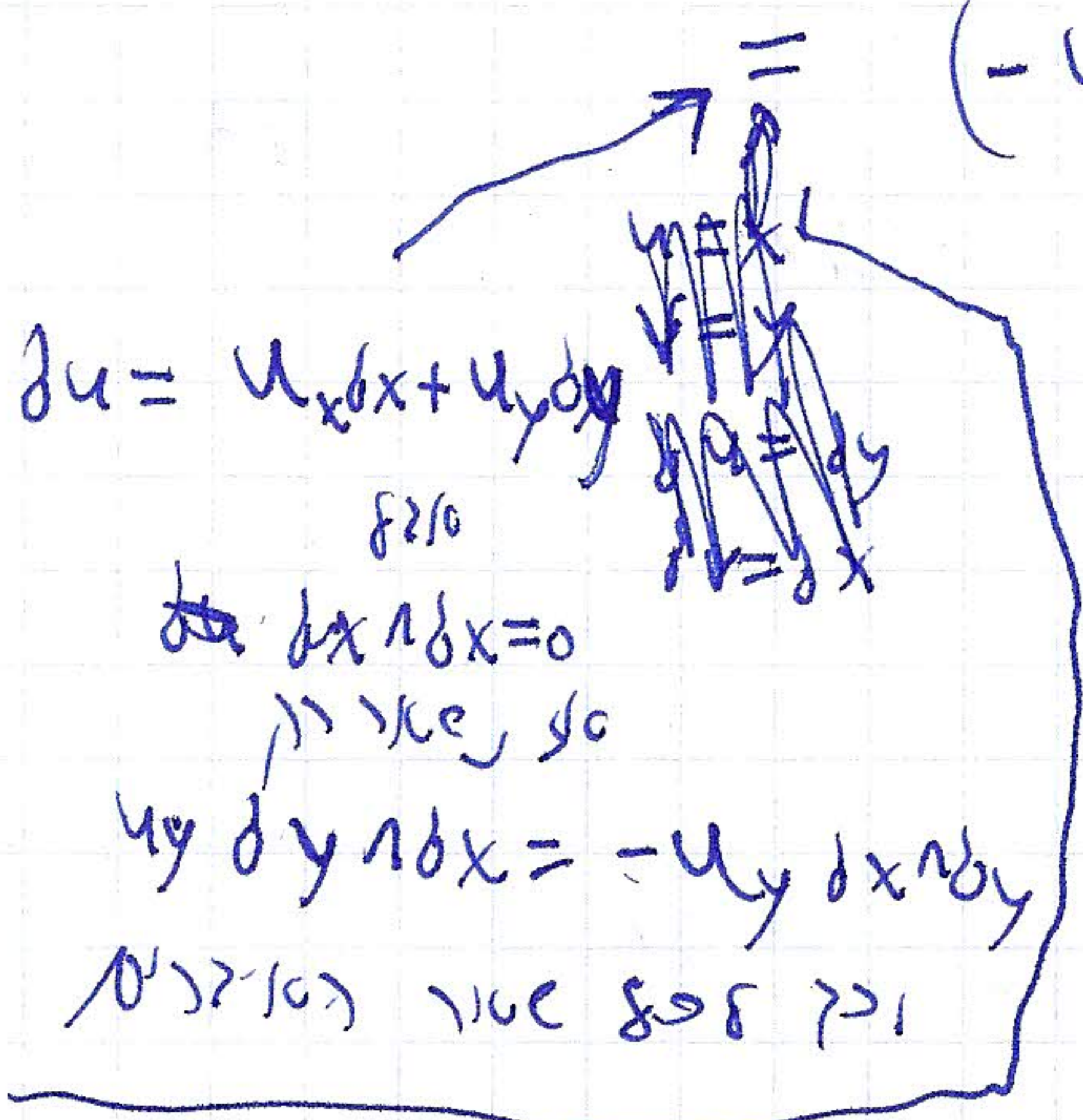
$f \partial z = (u+iv)(\partial x + i\partial y) = u\partial x - v\partial y + i(v\partial x + u\partial y)$

$\partial(f \partial z) = \partial(u\partial x - v\partial y) + i\partial(v\partial x + u\partial y) =$

$= (\partial u \wedge \partial x - \partial v \wedge \partial y) + i(\partial v \wedge \partial x + \partial u \wedge \partial y) =$

$(-u_y - v_x)\partial x \wedge \partial y + i(-v_y + u_x)\partial x \wedge \partial y$

CR הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם



f' הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$\nabla \text{Re}(f) = \overline{f'}$ הפונקציה $z \mapsto \bar{z}$ היא איזומורפיזם

$(x, y) \rightarrow \begin{pmatrix} \text{Re}(f'(x, y)) \\ \text{Im}(f'(x, y)) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

$\nabla \text{Im}(f) = i f'$

$$\operatorname{div} \nabla \operatorname{Re}(f) = 0$$

$$\operatorname{div} \nabla \operatorname{Im}(f) = 0$$

$$\Delta u = \operatorname{div} \nabla u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\Delta u \equiv 0$$

$$f = u + iv$$

$$\int = \int_{\text{through}}$$

$$\int_{\partial M} \nabla u = \int_M \Delta u$$

$$\int_{\partial M} u \cdot \nabla v = \int_M u \Delta v + \langle \nabla u, \nabla v \rangle$$

$$u \in C^1$$

$$v \in C^2$$

$$u, v \in C^2$$

$$\int_{\partial M} (u \nabla v - v \cdot \nabla u) = \int_M u \Delta v - v \Delta u$$

$$\operatorname{div} H = \Delta u$$

$$H = \nabla u$$

$$\operatorname{div} (\nabla u \cdot \nabla v) = u \Delta v + \langle \nabla u, \nabla v \rangle$$

$$\int_{\partial M} u \nabla v = \int_M u \Delta v + \int_M \langle \nabla u, \nabla v \rangle$$

$$\int_{\partial M} u \nabla v = \int_M u \Delta v + \int_M \langle \nabla u, \nabla v \rangle$$

$$u: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(z + re^{it}) dt = u(z)$$

$$z=0$$

$$1/r^2$$

$$1289$$

$$1289$$

$$\{z \mid a < |z| < b\}$$

$$u, v$$

$$-1/c$$

$$r \in (a, b)$$

$$f(r)$$

$$r > 1$$

$$f(r)$$

$$\int_{\partial r} u \nabla v - v \nabla u$$

$$f_r(t) = r e^{it}$$

$$t \in [0, 2\pi]$$

$$r_0 < r_1$$

$$(a, b) \supset r_0 < r_1$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$

$$r \in [r_0, r_1]$$

$$t \in [0, 2\pi]$$

$$\partial \Pi \sim \gamma_{r_1} - \gamma_{r_0}$$

$$f$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$

$$\int_{\gamma_{r_1}} u \nabla v - v \nabla u - \int_{\gamma_{r_0}} u \nabla v - v \nabla u = \int_{\partial \Pi} () = \int_{\Pi} u \Delta v - v \Delta u = 0$$

$$V(z) = \log |z| = \operatorname{Re}(\log(z))$$

$$1) \int_{\partial r} u \nabla v = \int_0^{2\pi} u(r e^{it}) dt$$

$$2) \int_{\partial r} v \nabla u = \log r \int_{\partial r} \nabla u$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$

$$V \equiv \log r$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$

$$\int_{\partial r} u \nabla v = \int_{\partial r} u \nabla \operatorname{Re}(\log z)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{z} = \frac{z}{|z|^2}$$

$$\int_{\partial r} u \nabla v = \int_0^{2\pi} u(r e^{it}) \cdot \det \left(\frac{r e^{it}}{r^2}, i r e^{it} \right) dt = \int_0^{2\pi} u(r e^{it}) \det \begin{pmatrix} e^{it} & i e^{it} \\ -e^{-it} & e^{-it} \end{pmatrix} dt$$

$$= \int_0^{2\pi} u(r e^{it}) dt$$

$$f(r, t) = r_r(t)$$