

(שני 1 קטע)

2 שני

הרשור

4 חפץ

מכניס גרם במ/גרם 3 [כולם פסדו 10 קילוגרם עכשיו (בסוף)

בחן

המחשבה של המורה והמורה.

לפי הליכה עדיף מודיעין עולמי מולד עם מנהל (המנהל)
חלוצי המדינה גורם עם איש.

המנהל עובדיו אישית, ~~המנהל~~ מנהל (איש) של I_E
שני נהג מנהל אישית (נהג של הנהל מנהל עובדיו).

המנהל $V_*(X) = \sup_{E \subseteq X} V(E)$ כל קטע מנהל $R^h \subseteq X$
הקטע E של X .

הנהג - גורם $V(E) = V_*(E) \leq V_*(X) - \epsilon$ $\forall E \subseteq X$
הנהג

לפי $\sup_{E \subseteq X} V(E) \leq V_*(X)$ $\forall E \subseteq X$

$V_*(X) = \int_{B^*} 1_X = \sup_{h \leq 1_X} \int_B h$
הנהג

נהג $X \subseteq B^0$ ϵ

$E_h = \{x \mid h(x) > 0\} \subseteq X$ ~~הנהג~~

הנהג קטע מנהל כולם מנהל מנהל.

$h|_{E_h^c} = 0$ $h \leq 1_X \leq 1$ $h \leq 1_{E_h}$ ~~הנהג~~

$\int_B h \leq V(E_h)$ ~~הנהג~~

$V_*(X) = \int_{B^*} 1_X \leq \sup_{h \leq 1_X} \int_B h \leq \sup_{h \leq 1_X} V(E_h) \leq \sup_{E \subseteq X} V(E)$
הנהג

כאשר $X \subseteq \mathbb{R}^n$ נקרא X סגור אם $X = \overline{X}$.

$$V_*(X) = \sup \{ V(E) \mid E \subseteq X, E \text{ סגור} \}$$

V_* נקראת V_* מדידת הנפח.

אם V_* היא מדידת הנפח.

$$X_r = X \cap \overline{B(0,r)} = \{x \in X \mid |x| \leq r\}$$

$$V_*(X) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(X_r)$$

המשפט: אם $A \subseteq \mathbb{R}^n$ היא קבוצה סגורה, אז $V_*(A) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(A \cap \overline{B(0,r)})$.

אם $E \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצה סגורה, אז $V_*(E) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(E \cap \overline{B(0,r)})$.

אם A היא קבוצה סגורה, אז $V_*(A) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(A \cap \overline{B(0,r)})$.

המשפט: אם $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצות סגורות, אז $V_*(A \cup B) = V_*(A) + V_*(B)$ אם $A \cap B = \emptyset$.

אם $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצות סגורות, אז $V_*(A \cup B) = V_*(A) + V_*(B)$ אם $A \cap B = \emptyset$.

אם $A \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצה סגורה, אז $V_*(A) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(A \cap \overline{B(0,r)})$.

אם $A \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצה סגורה, אז $V_*(A) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(A \cap \overline{B(0,r)})$.

$$(A \cup B) \cap E = (A \cap E) \cup (B \cap E)$$

אם $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצות סגורות, אז $V_*(A \cup B) = V_*(A) + V_*(B)$ אם $A \cap B = \emptyset$.

$$(A \cap B) \cap E = (A \cap E) \cap (B \cap E)$$

אם $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצות סגורות, אז $V_*(A \cup B) = V_*(A) + V_*(B)$ אם $A \cap B = \emptyset$.

$$V_*(X \cup Y) \geq V_*(X) + V_*(Y)$$

אם V_* היא מדידת הנפח, אז $V_*(X \cup Y) \geq V_*(X) + V_*(Y)$.

$$V_*(A) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(A_r) \quad A_r = A \cap \overline{B(0,r)}$$

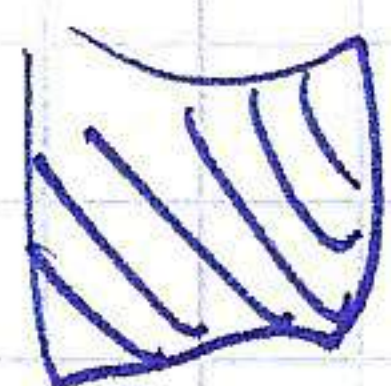
$$V_*(B) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(B_r) \quad V_*(A \cup B) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(A \cup B)_r$$

$$V_*(A) = \lim_{r \rightarrow \infty} V_*(A_r) = \lim_{r \rightarrow \infty} V(A_r)$$

$$V_*(B) = \lim_{r \rightarrow \infty} V(B_r)$$

$$V_*(A \uplus B) = \lim_{r \rightarrow \infty} V(A_r \uplus B_r) = \lim_{r \rightarrow \infty} V(A_r) + V(B_r)$$

$\{A_r, B_r\}$
 נכנסים ל
 . נכנסים ל



$$V_*(A) + V_*(B) = V_*(A \uplus B)$$

נכנסים ל
 נכנסים ל
 נכנסים ל
 נכנסים ל

$$V_*(Z) = 0$$

$$\forall r, V(Z_r) = 0$$

נכנסים ל
 נכנסים ל
 נכנסים ל
 נכנסים ל

$$\left(\begin{matrix} 0 \\ \partial A_r \end{matrix} \right) \sim \left(\begin{matrix} 0 \\ \partial A_r \end{matrix} \right)$$

$$\Delta(A_r) \subseteq \{x \mid |x| = r\}$$

נכנסים ל
 נכנסים ל
 נכנסים ל
 נכנסים ל

$$\{x \mid |x| = r\} = \overline{B}(0, r) \setminus B(0, r)$$

נכנסים ל
 נכנסים ל
 נכנסים ל
 נכנסים ל

$$A \subseteq X$$

$$A \cap E$$

$A \subseteq X$ $f|_A : A \rightarrow Y$ $x \in X$ $\delta \in \mathcal{D}_f(x)$

8.2 $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_{\mathbb{R}^n} |u|^2 dx = \int_{\mathbb{R}^n} u \Delta u dx = - \int_{\mathbb{R}^n} |\nabla u|^2 dx$

$$\leq \quad \{ \} \quad v_*(A \uplus B) \geq v_*(A) + v_*(B) \quad \underline{\text{induction}}$$

$$S \vdash p \vee (E) \\ \text{p.s.} \quad \text{p.s.} \quad E \subseteq A \cup B$$

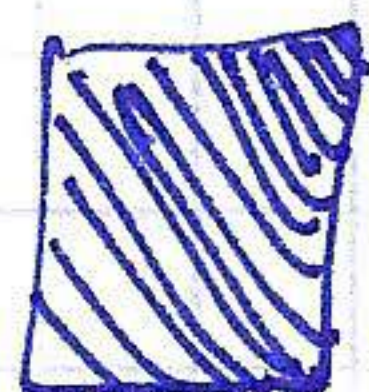
$$v(E) = v(E \cap A) + v(E \cap B)$$

$$A \oplus B \supseteq E = (A \cap A) \cup (E \cap B) \quad \rightarrow \text{? wo}$$

$$E \subseteq A \cup B \quad \text{with } A \cap B = \emptyset \quad \text{then } A, B \quad \text{is } \beta \text{ } \beta$$

$$v(E) = v(E \cap A) + v(E \cap B) \leq v_*(A) + v_*(B)$$

$$v_*(A \# B) = \sup_{E \subseteq (A \# B)} v(E) \leq \sup_{A} v_*(A) + v_*(B)$$


$$X \rightarrow \sqrt{N/p} \quad \beta \sqrt{S} \quad k-1 \quad A \subseteq X \quad \sqrt{S}$$

$X \rightarrow 0$ $\text{nd } N$, $\beta/2$ $\text{nd } N$ $(\partial A) \cap X$ $\text{nd } N$

הוכחה $E \subseteq X$ היא

$$\underbrace{\exists(A \cap X) \wedge E} \quad A \quad \underbrace{(\exists(A \cap X)) \cap E}_{\parallel} \subseteq \underbrace{\exists E}_{\parallel} \subseteq \underbrace{\exists \cdot \exists}_{\parallel}$$

$$\partial(A \cap E) \cap (\partial A \cap E) \subseteq \partial E$$

$X \rightarrow 0$ und $(\partial X) \cap X$ $A = X$ $\wedge p \in A$ $G \cap A$

[illegible]

$$X \cap (2X \cap X) = X^0$$

[illegible]

המשפט הראשון של זרמלו

סדר גודל $X_1, X_2, \dots$ וסדר גודל X

המשפט

$$\bigcup_n X_n = X \quad X_1 \subseteq X_2 \subseteq \dots \Leftrightarrow X_n \uparrow X \Leftrightarrow X_n \uparrow X$$

$$\bigcap_n X_n = X \quad X_1 \supseteq X_2 \supseteq \dots \quad X_n \downarrow X \Leftrightarrow X_n \downarrow X$$

(המשפט הראשון של זרמלו)

אם $X \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצה סגורה ו- $A_1, A_2, \dots \subseteq X$ קבוצות סגורות

$$V_*(A_n) \uparrow V_*(X) \quad \text{כל} \quad A_n \uparrow X \quad \text{אם} \quad X \neq \emptyset$$

המשפט

$$V(E) = \sup_{k \in E} V(k)$$

כל סדר גודל $V(E)$

כל סדר גודל $V(k)$ עבור $k \in E$

$$V_*(X) = \sup_{E \subseteq X} V(E)$$

המשפט

המשפט הראשון של זרמלו

$$V_*(X_i) \downarrow \quad \text{אם} \quad X_i \downarrow \emptyset \quad \text{אם} \quad V_*(X_i) < \infty$$

$$X_i = [i, \infty) \downarrow \emptyset \quad V_*(X_i) = \infty$$

אם

$$V_*(X_i) = \infty$$

$$V_*(X_i) \downarrow \quad \text{אם} \quad V_*(X_i) < \infty$$

$$K_i \subseteq X_i \quad \text{אם} \quad V(K_i) \geq V_*(X_i) - \frac{\varepsilon}{2^i}$$

$$V(K_i) \geq V_*(X_i) - \frac{\varepsilon}{2^i}$$

$$\bigcap_i K_i = \emptyset$$

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} K_k = \emptyset \quad \text{אם} \quad K_1 \cap \dots \cap K_m = \emptyset$$

אם $K_1, K_2, \dots$ סדר גודל $V(K_i)$ ו- $V(K_i) < \infty$

$$\emptyset = \bigcap_{k=1}^{\infty} K_k \quad \text{אם} \quad V(K_i) < \infty$$

$$[k_i \cup \emptyset \text{ נכנסת לפי } \dots]$$

$$k_m = (k_m \setminus k_1) \cup \dots \cup (k_m \setminus k_{m-1})$$

$$1 \leq i \leq m-1 \text{ אז } k_m \cap k_i \neq \emptyset \text{ אז } \bigcap_{i=1}^m k_i = \emptyset \text{ אז } x_0 \notin \bigcap_{i=1}^m k_i$$

$$k_m \setminus k_i \subseteq x_i$$

$$v(k_i) + v(k_m \setminus k_i) \leq v_*(x_i)$$

$$v(k_m \setminus k_i) \leq v_*(x_i) - v(k_i) \leq \frac{\epsilon}{2^i}$$

אז

$$k_m \leq v(k_m \setminus k_1) + \dots + v(k_m \setminus k_{m-1}) \leq \epsilon$$

~~אז~~

$$2\epsilon \leq v_*(x_m) \leq v(k_m) + \frac{\epsilon}{2^m} \leq \epsilon + \frac{\epsilon}{2^m} < 2\epsilon$$

$$\bigcap_{i=1}^{m+200} k_i = \emptyset \leftarrow \bigcap_{i=1}^m k_i = \emptyset \text{ אז } m > 200 \text{ אז } \epsilon \text{ נבחר}$$

נניח $f, h: E \rightarrow \mathbb{R}$ $E \subseteq \mathbb{R}^n$ נניח

$$\int_{*E} (f+h) = \int_{*E} f + \int_{*E} h$$

$$\int_{*E} (f+h) = \int_{*E} f + \int_{*E} h$$

$$\int_{*E} (f+h) \leq \int_{*E} f + \int_{*E} h = \int_{*E} f + \int_{*E} h$$

$$\int_{*E} f = \int_{*E} (f+h) + (-h) \leq \int_{*E} (f+h) + \int_{*E} -h = \int_{*E} f + h - \int_{*E} h$$

$$\int_{*E} f + \int_{*E} h \leq \int_{*E} (f+h) \leq \int_{*E} f + \int_{*E} h$$

$$\int_{*E} (f+h) = \int_{*E} f + \int_{*E} h$$

non \$f \neq g\$

13/15

$$E \subseteq \mathbb{R}^n$$

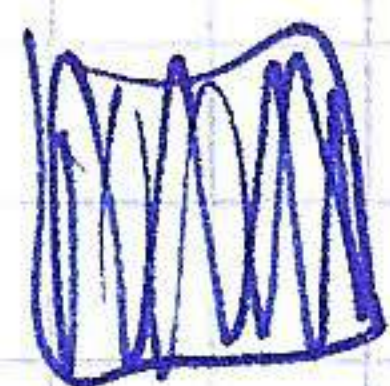
12/5

-5K

16/16 \$f+g\$

$$\int_E^* f + \int_E^* g = \int_E^* (f+g) = \int_E^* f + \int_E^* g$$

$$\int_E^* f = \int_E^* (-g + \overbrace{f+g}^h) = \int_E^* -g + \int_E^* f+g = \int_E^* g + \int_E^* f+g$$



non \$x \subseteq X\$ and so 13/15 \$E \subseteq \mathbb{R}^n\$ 12/16

$$V^*(x) + V_*(E \setminus x) = V(E) = V_*(x) + V^*(E \setminus x)$$

$$f+g = 1_E$$

$$g = 1_{E \setminus x} \quad f = 1_x$$

12/16 - 12/16

5K

non

\$x_i\$

$$x_i \nearrow x$$

12/16

12/16

$$V_*(x) \leq \lim_{i \rightarrow \infty} V^*(x_i)$$

$$13/15 \rightarrow 13/15 \quad E \subseteq X \quad \text{and} \quad V(E) \leq \lim_{i \rightarrow \infty} V^*(x_i)$$

12/16

$$(E \setminus x_i) \downarrow \emptyset$$

$$V_*(E \setminus x_i) \downarrow 0$$

12/16

$$(x \setminus x_i) \downarrow \emptyset$$

$$V_*(E \setminus x_i) + V^*(E \cap x_i) = V(E)$$

\$\rightarrow 0\$

~~\$V(E)\$~~

$$V^*(x_i) \geq V^*(E \cap x_i) \rightarrow V(E)$$

\$V^*\$

$$V_*(x) = \sup_{E \subseteq X} V(E) \leq \lim_{i \rightarrow \infty} V^*(x_i)$$

$$V(E) \leq \lim_{i \rightarrow \infty} V^*(x_i)$$

$$V_*(A_i) \nearrow V_*(x)$$

\$x\$ and so 13/15

\$A_i\$

$$A_i \nearrow x$$

12/16 - 12/16

$$V \leq V_*(x) \quad V = \lim_{i \rightarrow \infty} V_*(A_i)$$

$$V_*(A_i) \leq V_*(x)$$

12/16

$$13/15 \quad E \subseteq X$$

$$\text{and} \quad V(E) \leq V$$

12/16

$$V \geq V_*(x)$$

12/16

$$V(E) \leq V = \lim_{i \rightarrow \infty} V_*(A_i) \quad \text{for } E \subseteq X \text{ and } A_i \supseteq E$$

X is a metric space, $A_i \supseteq E \cap A_i$ and $E \cap A_i \nearrow E$ as $i \rightarrow \infty$

$$V(E) = V_*(E) \leq \lim_{i \rightarrow \infty} V_*(E \cap A_i) = \lim_{i \rightarrow \infty} V_*(A_i) = V$$

for every $E \subseteq X$ and $V = \lim_{i \rightarrow \infty} V_*(A_i)$

$$V_*(E_1 \cup E_2 \cup \dots) \leq V(E_1) + V(E_2) + \dots$$

$$\bigcup_{i=1}^m E_i \nearrow \bigcup_{i=1}^{\infty} E_i \quad \text{if } \sum_{i=1}^{\infty} \epsilon_i < 1$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \epsilon_i < 1 \quad \epsilon_i > 0 \quad x_i \in \mathbb{R}$$

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} [x_i, x_i + \epsilon_i] \not\supseteq [0, 1]$$

$$[0, 1] \setminus \bigcup_{i=1}^{\infty} [x_i, x_i + \epsilon_i] \neq \emptyset$$

$$|x - \frac{p}{q}| \leq \frac{1}{4q^3} \quad x \in (0, 1)$$

$$A_q = \{x \mid \exists p \dots\}$$

$$V(A_q) = \frac{1}{2q^2}$$

$$\sum_{q=1}^{\infty} V(A_q) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2}{6} < 1$$

$$\mathbb{R}^n \ni \text{non empty set } f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$E = \{(x, \epsilon) \mid 0 < \epsilon < f(x)\} \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$$

$$\int f = V(E) \quad \text{if } f \text{ is non-negative}$$

הוכחה

$$\int f = v(E) \quad \text{כאשר } E \text{ הוא קטע } [a, b] \text{ ו-} f \text{ פונקציה}$$

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

$$\int_R \mathbb{1}_f(x, t) dt = f(x)$$

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

$$v(E) = \int_{R^n} \int_R \mathbb{1}_f(x, t) dt dx = \int_{R^n} f(x) dx$$

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

הוכחה

הוכחה - נניח ש- $f: R^n \rightarrow R$ היא פונקציה

$$\{(x, t) \mid -\infty < t < f(x)\} \subseteq R^{n+1}$$

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

$$v_+ (\{(x, t) \mid 0 < t < f(x)\}) < \infty$$

$$v_- (\{(x, t) \mid f(x) < t < 0\}) < \infty$$

$$\int_{R^n} f = v_+ (\{(x, t) \mid 0 < t < f(x)\}) - v_- (\{(x, t) \mid f(x) < t < 0\})$$

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

הוכחה - נניח ש- f היא פונקציה

$$\int f = \int \max(f, 0) - \int \max(-f, 0)$$

