

[illegible]
$$M = \left\{ \begin{pmatrix} a^2 & a \cdot b & a \cdot c \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{pmatrix} : a, b, c \in \mathbb{R} \quad a^2 + b^2 + c^2 = 1 \right\} \subset \mathbb{R}^6$$

$A \rightarrow 4A u^{-1}$
 3×3

$$y = 4x \quad \text{für } 4 \leq x \leq 5 \quad \text{für } x \in S^2 \quad \text{für } x \in S^2$$

$M = \frac{M}{m} \cdot m$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x-a) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f(a)$$
[illegible]

• $x_0 \in \mathcal{P} \Rightarrow \exists \gamma \in \Gamma$ s.t. $(\gamma, \psi) \in \mathcal{O}_x$ and $\exists \gamma_0 \in \Gamma$ s.t. $(\gamma_0, \psi) \in \mathcal{O}_{x_0}$ and

(in $\delta\delta$ is $\phi^{(n)}(p)$) $\psi_1 = \psi_2 \phi$ - in $\psi_2, \psi_1 \in O_x$ $\phi \in \mathcal{O}_x$ $\times$ $\mathbb{Z}^n$

≤ 0
 m de x^3 $0 + m$ ≤ 0 x^3 $(m, 0)$ AND

הכללה: $x_0 \in M \rightarrow M$ ו M מרחב טופולוגי $h \in \mathbb{R}^n$

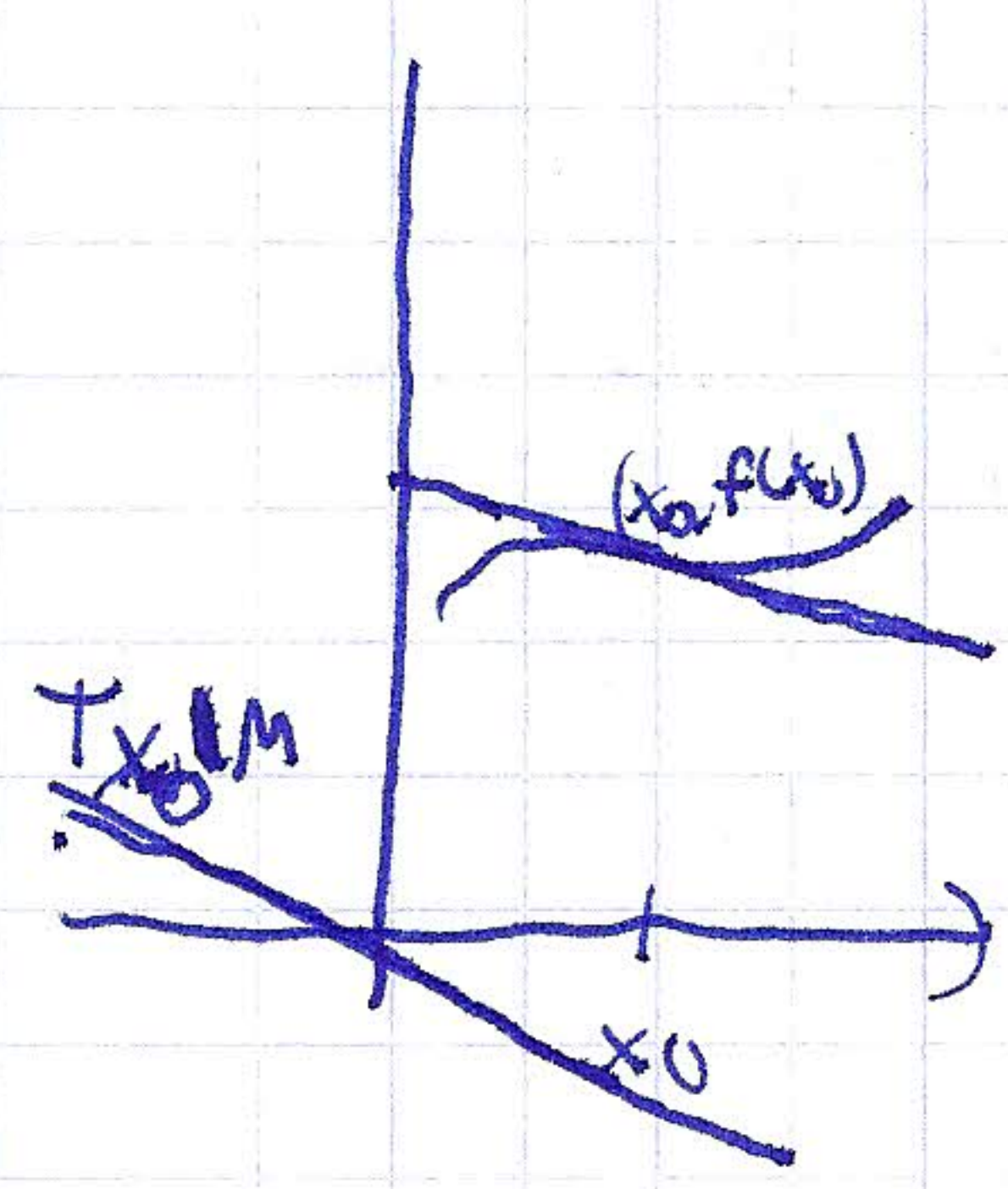
$$dist(x_0 + \epsilon h, M) = o(\epsilon)$$

$$\{h : \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{dist(x_0 + \epsilon h, M)}{\epsilon} = 0\} = T_{x_0} M$$

המשפט של טאנר (TFAE) עבור מרחב טופולוגי M ו $x_0 \in M$

המשפט של טאנר (TFAE) עבור מרחב טופולוגי M ו $x_0 \in M$

$$[h \in (D\psi)_0(\mathbb{R}^n)] \iff (D\psi)_0 h = 0$$



$$M = \{x, f(x)\} \quad y = f(x) \quad n=1$$

$$T_{x_0} M = \{(x, x f'(x_0)) | x \in \mathbb{R}\}$$

המשפט של טאנר (TFAE) עבור מרחב טופולוגי M ו $x_0 \in M$

$$\omega: \bigcup_{x \in M} \{x\} \times (T_x M)^k \rightarrow \mathbb{R}$$

המשפט של טאנר (TFAE) עבור מרחב טופולוגי M ו $x_0 \in M$

$$\mathbb{R}^n \times (\mathbb{R}^n)^k$$

המשפט של טאנר (TFAE) עבור מרחב טופולוגי M ו $x_0 \in M$

$$(\psi^* \omega)(u, h_1, \dots, h_k) = \omega(\psi(u), (D\psi)_u h_1, \dots, (D\psi)_u h_k)$$

$$\psi^* \omega = f \circ \psi$$

$$\int_{(\psi^{-1}(G))} \omega = \int_G f$$

המשפט של טאנר (TFAE) עבור מרחב טופולוגי M ו $x_0 \in M$

ρ_{10} $\rho_{10} \sin \theta$ $k_{\perp} = m$

$$w(x, \cdot, \cdot) \geq 0 \quad \leftarrow \quad x \in m \setminus k$$

0 n/c (w is single chart) "n/c" n/c n/c n/c n/c
 or m f e (G, \psi) n/c n/c n/c n/c n/c n/c
 K \subseteq \psi(G)

למקרה הכו. ההצגה $\int_G f = \int_{G, \psi} \omega$ לג. סטנדרט ω ויטאל.
 $\Rightarrow f$ קטן כן ויטאל וזאת הוכח קומפאקט.

משפט $M \subseteq R^n$ יציב ⇔ $n - \dim M = \dim N(M)$

$(G_2, \psi_2), (G_1, \psi_1)$

$$1 \leq (\psi_1(G_1), \psi_2(G_2))$$

$$M \text{ of } \mathcal{O}' \supset \mathcal{O} \cap M \cap \tilde{G} \subseteq M \quad \text{for } K \subseteq \tilde{G} := \psi_1(G_1) \cap \psi_2(G_2) \quad \text{for } \mathcal{O}' \supset \mathcal{O}$$

$i=1,2$ $1,2,8$ $\delta\delta\wedge\wedge$ $\psi_i: \tilde{G}_i \rightarrow \tilde{G}$ $\tilde{G}_2 = \psi_2^{-1}(\tilde{G})$ $\tilde{G}_1 = \psi_1^{-1}(\tilde{G})$

ع ٢٠ $\varphi: \tilde{G}_1 \rightarrow \tilde{G}_2$ ١١١١

$$\varphi = \psi_2^{-1}(\psi_1|_{\tilde{G}_1}) \text{ also } \psi_2|_{\tilde{G}_2} \circ \varphi = \psi_1|_{\tilde{G}_1}$$

אם φ הוא פונקציה רציפה, אז φ היא פונקציה רציפה.

$(\tilde{\psi}_n)^* = (\tilde{\psi}_2 \circ \varphi)^* = \varphi^* \tilde{\psi}_2^* = \psi_n$ - נכון
 ואם ψ_n אז $\tilde{\psi}_2^* = \psi_n$

$$\psi^*(\tilde{\psi}_2^* w) = \tilde{\psi}_1 w \quad - \text{Good!}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}_2^* \omega &= f_2 du_1 \wedge \dots \wedge du_n \quad \text{e.g.} \quad f_1, f_2 \text{ w.r.t } p \quad | \rightarrow 0 \\ \tilde{\Psi}_1^* \omega &= f_1 du_1 \wedge \dots \wedge du_n\end{aligned}$$

$$f \circ \psi_1 \circ \psi_2 \circ \dots \circ \psi_n = \tilde{\psi}_1^* w = \psi^* (\tilde{\psi}_2^* w) = \psi^* f_2(\psi_1 \circ \dots \circ \psi_n) = (f_2 \circ \psi) \circ \psi^*(\psi_1 \circ \dots \circ \psi_n)$$

$$\varphi^*(\partial u_1 \wedge \dots \wedge \partial u_n) \underset{\substack{\downarrow \\ \text{3.3.1}}}{(x, h_1, \dots, h_n)} = (\partial u_1 \wedge \dots \wedge \partial u_n)(\varphi(x), \varphi_{h_1} \varphi, \dots, \varphi_{h_n} \varphi) =$$

$$= \det \begin{pmatrix} (D_{h_1} \varphi)_x & \dots & (D_{h_n} \varphi)_x \end{pmatrix} \stackrel{\downarrow}{=} \det (A_{h_1}, \dots, A_{h_n}) = \det (A \cdot \begin{pmatrix} h_1 & \dots & h_n \\ 1 & & 1 \end{pmatrix}) =$$

$$= \det A \cdot \det \begin{pmatrix} | & & | \\ h_1 & h_2 & \dots & h_n \\ | & & | \end{pmatrix} = \det (D\varphi)_x (du_1, \dots, du_n)(x, h_1, \dots, h_n)$$

$$\varphi^* (du_1 \wedge \dots \wedge du_n)(x, h_1, \dots, h_n) = \det(D\varphi)_x \cdot (du_1 \wedge \dots \wedge du_n)(x, h_1, \dots, h_n)$$

$$\varphi^* (du_1 \wedge \dots \wedge du_n) = J_\varphi(x) \cdot (du_1 \wedge \dots \wedge du_n)$$

$$f_1 \cdot du_1 \wedge \dots \wedge du_n = (f_2 \circ \varphi) \cdot (\varphi^* du_1 \wedge \dots \wedge du_n) = (f_2 \circ \varphi) J_\varphi (du_1 \wedge \dots \wedge du_n)$$

$$f_1 = (f_2 \circ \varphi) \cdot J_\varphi$$

אנחנו רוצים להראות ש: $\int_{\tilde{G}_1} f_1 = \int_{G_2} f_2$ כלומר $\int_{\tilde{G}_1} f_1 = \int_{G_2} f_2$

$$\int_{\tilde{G}_1} f_1 = \int_{\tilde{G}_2} f_2$$

$$\int_{(G_1, \psi_1)} \omega = \int_{G_1} f_1 = \int_{\tilde{G}} f_1 = \int_{\tilde{G}_2} f_2 = \int_{G_2} f_2 = \int_{(G_2, \psi_2)} \omega$$

כלומר $\int_{\tilde{G}_1} f_1 = \int_{G_2} f_2$ כלומר $\int_{\tilde{G}_1} f_1 = \int_{G_2} f_2$

הוכחה
נניח ש $\varphi: \tilde{G}_1 \rightarrow G_2$ היא חפיפה חלקה. נגדיר $\psi_1: \tilde{G}_1 \rightarrow \mathbb{R}^n$ ו $\psi_2: G_2 \rightarrow \mathbb{R}^n$ להיות חפיפות חלקות. אז $\varphi = \psi_2^{-1} \circ \psi_1$.
נניח ש ω היא צורה דיפרנציאלית n -ממדית על G_2 . אז $\varphi^* \omega$ היא צורה דיפרנציאלית n -ממדית על $\tilde{G}_1$.
נניח ש f_1 היא פונקציה על $\tilde{G}_1$ ו f_2 היא פונקציה על G_2 . אז $f_1 = f_2 \circ \varphi$.

Single chart form
נניח ש ω היא צורה דיפרנציאלית n -ממדית על (M, θ) . אז ω יכולה להיכתב בצורה $\omega = c \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$ עבור פונקציה c על M .
נניח ש $\tilde{G}_1$ היא חפיפה חלקה על M . אז $\varphi^* \omega$ היא צורה דיפרנציאלית n -ממדית על $\tilde{G}_1$. אז $\varphi^* \omega$ יכולה להיכתב בצורה $\varphi^* \omega = c \cdot \varphi^* dx_1 \wedge \dots \wedge \varphi^* dx_n$.
נניח ש $\psi_1: \tilde{G}_1 \rightarrow \mathbb{R}^n$ היא חפיפה חלקה. אז $\varphi^* \omega$ יכולה להיכתב בצורה $\varphi^* \omega = c \cdot \psi_1^* dx_1 \wedge \dots \wedge \psi_1^* dx_n$.
נניח ש $\psi_1^* dx_1 \wedge \dots \wedge \psi_1^* dx_n = J_{\psi_1} dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$. אז $\varphi^* \omega = c \cdot J_{\psi_1} dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$.

$\mathbb{R}^n$ ו $\mathbb{R}^n$ הם חפיפות חלקות על $\mathbb{R}^n$. אז $\varphi^* \omega$ יכולה להיכתב בצורה $\varphi^* \omega = c \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$.
נניח ש $c \in \mathbb{R}$. אז $\varphi^* \omega = c \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$.
נניח ש $c \in \mathbb{R}$. אז $\varphi^* \omega = c \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$.

נניח ש $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$. אז $\varphi^* \omega = c_1 \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$ ו $\varphi^* \omega = c_2 \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$.
אז $c_1 = c_2$.
נניח ש $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$. אז $\varphi^* \omega = c_1 \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$ ו $\varphi^* \omega = c_2 \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$.
אז $c_1 = c_2$.

אז $\varphi^* \omega = c \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$ ו $\varphi^* \omega = c \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$.

$$|L(e_1, e_2, \dots, e_n)| = |c|$$

$$|L(e_1, \dots, e_n)| = c$$

אז $\int_{\tilde{G}_1} f_1 = \int_{G_2} f_2$ כלומר $\int_{\tilde{G}_1} f_1 = \int_{G_2} f_2$

נניח ש $\varphi: \tilde{G}_1 \rightarrow G_2$ היא חפיפה חלקה. נגדיר $\psi_1: \tilde{G}_1 \rightarrow \mathbb{R}^n$ ו $\psi_2: G_2 \rightarrow \mathbb{R}^n$ להיות חפיפות חלקות. אז $\varphi = \psi_2^{-1} \circ \psi_1$.

נניח ש ω היא צורה דיפרנציאלית n -ממדית על (M, θ) . אז ω יכולה להיכתב בצורה $\omega = c \cdot dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$ עבור פונקציה c על M .

נניח ש $\tilde{G}_1$ היא חפיפה חלקה על M . אז $\varphi^* \omega$ היא צורה דיפרנציאלית n -ממדית על $\tilde{G}_1$. אז $\varphi^* \omega$ יכולה להיכתב בצורה $\varphi^* \omega = c \cdot \varphi^* dx_1 \wedge \dots \wedge \varphi^* dx_n$.
נניח ש $\psi_1: \tilde{G}_1 \rightarrow \mathbb{R}^n$ היא חפיפה חלקה. אז $\varphi^* \omega$ יכולה להיכתב בצורה $\varphi^* \omega = c \cdot \psi_1^* dx_1 \wedge \dots \wedge \psi_1^* dx_n$.
נניח ש $\psi_1^* dx_1 \wedge \dots \wedge \psi_1^* dx_n = J_{\psi_1} dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$. אז $\varphi^* \omega = c \cdot J_{\psi_1} dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$.

m יורה ח מ'ל'מ'ח

$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$O_x \quad \delta \quad \sim \sqrt{\epsilon} \sim \sqrt{\epsilon}$$

שבתות ומועדים

~~(D) en~~

108, 8/11/80

~~1007~~ 1007 15/16 N/A

~~בגד 116 א 63 ב 63 א 117~~

[illegible]

mc don ynd $f \in C^1(\mathbb{M})$

$$\int_{(m,0)} f = \int_{(m,0)} f \gamma_{(m,0)}$$

$$170:0_x$$

$$\mu_{(m,0)}(x, (x, x f'(x))) = \sqrt{x} \sqrt{1 + f'(x)^2}$$

8-ה? ב' גמולתו של $(x, f'(x))$ ו' מ' נמצאת בצד ימין.

$$\int_m^g = \int_{-\infty}^{\infty} g(x, F(x)) \sqrt{1 + f'^2(x)} \, dx$$

1/10 Jan 1975 - 1000 - 1000 - 1000 - 1000 - 1000

$$\psi(x) = (-x A(x))_{-7}^4 \quad \text{where } 1 \leq x \leq 7$$

$$h \equiv 2$$

$T(x, y, f(x, y))$ $\frac{m}{\text{דגמים}}$ δ $\frac{1}{\text{מרחב}}$

$$\left\{ \begin{array}{l} (r, 0, D_{1F}) \\ (0, q, D_{2F}) \end{array} \right\}$$

ה'תשס"ו - כ"ב אלול / ה'תשס"ו - כ"ב אלול

... $\mathbb{R}^n$...

... $\pm$...

... $\mathbb{R}^n$...

$$A^t = \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{pmatrix}$$

$$A = (h_1 \mid \dots \mid h_n)$$

$$A^t A = \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \mid \dots \mid h_n \end{pmatrix} =$$

$$\det A^t = \det(A^t A) = \begin{vmatrix} \langle h_1, h_1 \rangle & \langle h_1, h_2 \rangle & \dots & \langle h_1, h_n \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle h_n, h_1 \rangle & \langle h_n, h_2 \rangle & \dots & \langle h_n, h_n \rangle \end{vmatrix}$$

$\mathbb{R}^n$... $\dim E = n$... $\mathbb{R}^n \supseteq E$... $h_1, \dots, h_n$

$E \rightarrow$...

E ... $e_1, \dots, e_n$...

...

$$T: \mathbb{R}^n \rightarrow E \quad T(h_1, \dots, h_n) = (y_1 e_1 + \dots + y_n e_n)$$

$$a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}^n \Rightarrow L(Ta_1, \dots, Ta_n) = c \det(a_1, \dots, a_n)$$

... $c = \pm 1$

$$|L(Ta_1, \dots, Ta_n)| = |\det(a_1, \dots, a_n)|$$

$$Ta_i = h_i$$

$$|L(h_1, \dots, h_n)| = |\det(a_1, \dots, a_n)| = \sqrt{\det(\langle a_i, a_j \rangle)_{i,j=1}^n}$$

$$T^{-1} Ta_i = h_i \Rightarrow \langle h_i, h_j \rangle$$

$$* \quad |L(h_1, \dots, h_n)| = \sqrt{\det(\langle h_i, h_j \rangle)_{i,j=1}^n} \quad h_1, \dots, h_n \in E \subseteq \mathbb{R}^n$$

... L ...

...

המשפט (6,5) : אם $\mu = \mu_{(n,0)}$ אז $\mu = \mu_{(n,0)}$ (המשפט 6,5)

$$h_1 = (D_1 \psi)_x, \dots, h_n = (D_n \psi)_x$$

$$0 < \mu(h_1, \dots, h_n) = \sqrt{\det \langle (D_i \psi)_x, (D_j \psi)_x \rangle_{i,j}}$$

$$f(u) = \psi^* \mu(e_1, \dots, e_n) = \mu(h_1, \dots, h_n) = \sqrt{\det \langle D_i \psi, D_j \psi \rangle} J_\psi$$

$\psi^* \mu = f du_1 \wedge \dots \wedge du_n$
 $f(u) = (\psi^* \mu)(u, e_1, \dots, e_n)$
 $h_i = (D_i \psi)_x \cdot e_i$

$$\int_{(n,0)} f = \int_G (f \circ \psi) J_\psi$$

המשפט 6,5 : אם $\mu = \mu_{(n,0)}$ אז $\mu = \mu_{(n,0)}$

המשפט 6,5 : אם $\mu = \mu_{(n,0)}$ אז $\mu = \mu_{(n,0)}$

המשפט 6,5 : אם $\mu = \mu_{(n,0)}$ אז $\mu = \mu_{(n,0)}$