

3/12/13

55

המשפט השני

הנני: $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ פונקציה
 $h(x,y) = (g(x,y))$ ויהא h פונקציה

כלי עזרי

והקשר

g כ

(x_0, y_0) נקודה

T המישור
 הפנימי

$$T = (Dh)_{(x_0, y_0)} = \left(\begin{array}{c|c} Id & 0 \\ \hline A & B \end{array} \right)$$

אם קיבלנו פונקציה $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ נגד פונקציה (x_0, y_0) למעשה של המישור

המשפט השני
 אנו רוצים להוכיח
 שהפונקציה
 היא
 הפונקציה
 של המישור
 הפנימי

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

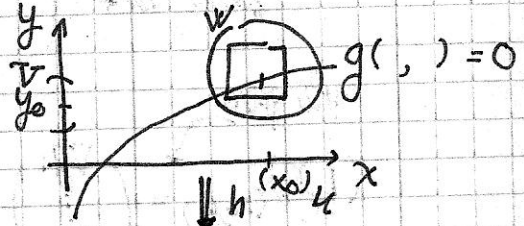
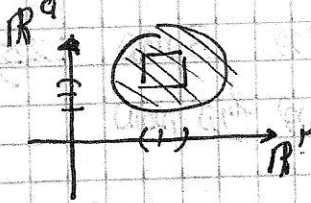
המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

$$[h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n]$$

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה



המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

$$h(x_0, y_0) = (x_0, 0)$$

$$h|_W^{-1}(U \times \{0\}) \subset \mathbb{R}^n \times V$$

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

$$\begin{pmatrix} x \\ y_a \end{pmatrix} = h \left(\begin{pmatrix} x \\ y_1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{h|_W^{-1}} \begin{pmatrix} x \\ y_1 \end{pmatrix} \rightarrow y_1 = y_a$$

המשפט השני: הפונקציה h היא פונקציה

: 20/1/2020

$$(Dh/w)^{-1}_{(x_0,0)} = T^{-1}$$

27/11/19

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = T^{-1} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \leftarrow T \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \begin{cases} u = \xi \\ Au + Bv = \eta; Bv = \eta - A\xi \end{cases}$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} Id & 0 \\ -B^{-1}A & B^{-1} \end{pmatrix}$$

...מכאן נובע!

פ, ואלה הן המעלות אשר ה' יסד

$x \mapsto \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \mapsto T^{-1} \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -B^{-1}Ax \end{pmatrix} \mapsto -B^{-1}Ax$

Ex. $(D\varphi)_{(x_0, y_0)} = -B^{-1}A$

$\mu \leftarrow \begin{cases} \text{גורם ראשוני} & \nabla g_1, \dots, \nabla g_m \\ \text{הסיבה} & \frac{\partial f}{\partial y_i} \end{cases}$

$(Dg)_{(x_0, y_0)} = \begin{pmatrix} \nabla g_1 \\ \vdots \\ \nabla g_c \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{rank}} \begin{matrix} & r & c \\ \begin{matrix} c & A & B \end{matrix} \end{matrix} \quad \therefore \text{Sol.}$

Be lo, 5 p, 12 p

הפסוק ויבחרו לו שני בנים ויבחרו לו שני בנים ויבחרו לו שני בנים

ושלם לי שלם (Dg) הפינה אז פרימה C ולק קיטור C מניחה כן
 שכן כ"י, אז הן לא נודעה כלל מניחה ככלי כמיל! ולק אלה B לא
 תפסו, אז קום מנוח חלם הפס... שן וס פה חלטה אחים הקורפוסט!
 גזי אז ולק הקורפוסט צמאם שן גרה אן לו גרה פון מניצ השל
 אם מאכלים חורה ל הקורפוסט x! y, א-^{מניח} גרה גשמה כי $y = \psi(x)$
 אם (Dg) הפינה

כח
חול
כח
בקרוב
ואין
קום

3/2/13

87

תרגיל 8

מאפס ההעקה ההפוכה: יהי $U \subseteq \mathbb{R}^n$ ומי $f \in C^1(U \rightarrow \mathbb{R}^n)$ ובהי $x_0 \in U$

מקיים $(Df)_{x_0}$ הפך, כל קוויטר סגור סמוך $x_0 \in W$, $f(x_0) \in \tilde{W}$
 ובהי $g: \tilde{W} \rightarrow W$ כך $g \circ f(x) = x$ ובהי $g \in C^1$ ובהי $(Dg)_{f(x)} = (Df)_x^{-1}$!

הבה: נניח $a = (a_1, a_2, a_3)$ ומי $p(x) = x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ ומי $f(a_1, a_2, a_3) = (x_1, x_2, x_3)$ כל x_i הם שורשי p של p , כך x_1, x_2, x_3

הוא שרירותי סגור כל $(-3, 2, 0)$ לבהי f ובהי $f \in C^1$ ובהי $\det(Df)_{(-3, 2, 0)} \neq 0$

הבה: הבהי מל f ומי a_i ובהי a_i ובהי x_i ובהי x_i ובהי x_i

$$(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) = x^3 + \dots$$

$$a_3 = -x_1x_2x_3 \quad a_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 \quad a_1 = -(x_1+x_2+x_3)$$

$$(-3, 2, 0) \mapsto x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-1)(x-2)$$

מפני f ובהי f ובהי f

$$g(x_1, x_2, x_3) = (a_1, a_2, a_3)$$

הבה:

$$(Dg)_{(0,1,2)} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ x_2+x_3 & x_1+x_3 & x_1+x_2 \\ -x_2x_3 & -x_1x_3 & -x_1x_2 \end{pmatrix}_{(0,1,2)} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(Df)_{(-3,2,0)} = \frac{1}{-2}$$

הבה: f^{-1} ובהי f^{-1} ובהי f^{-1}

הבה: $f: U \rightarrow \mathbb{R}^n$ ומי $U \subseteq \mathbb{R}^n$ ומי f ובהי f ובהי f

הבה: $g: U \rightarrow \mathbb{R}^n$ ומי $U \subseteq \mathbb{R}^n$ ומי g ובהי g ובהי g

הבה:

$$f(x) + x = f(y) + y \leftarrow g(x) = g(y) \text{ ובהי } g$$

בהי f ובהי f ובהי f

בהי f ובהי f ובהי f

בהי f ובהי f ובהי f

3/12/13

$$p_k \quad |f(x) - f(y)| = |y - x|$$

$$|f(x) - f(y)| \leq \sup_{\xi \in [x, y]} \|Df(\xi)\| \cdot |x - y| < |x - y|$$

פונקציה $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ נקראת **קטנה** (small) אם $\|Df(\xi)\| < 1$ לכל ξ בקטע $[x, y]$.
 זה אומר שגודל ההפרש $|f(x) - f(y)|$ קטן מזה של $|x - y|$.

$$(Dg)_x = (Df)_x + Id$$

אם $\|A\| < 1$ אז $(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$

$$\frac{1}{I - A} = (I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k \xrightarrow{\|A\| < 1}$$

$$(I - A) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} A^k = I$$

$$(a^n - b^n) = (a - b)(\dots)$$

(כאשר a, b מסוימים)

הפרש בין שני מספרים יכול להיות קטן מזה של ההפרש בין שני מספרים אחרים.

תורת המעטפות (Envelope Theorem)

יהי $F: \mathbb{R}^{n+m} \rightarrow \mathbb{R}^m$ פונקציה, $U_0 \in \mathbb{R}^n$ ו- $V_0 \in \mathbb{R}^m$ נקודות מסוימות.

נניח $(a, b) = (x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m)$ ו- $F(a, b) = 0$.

נניח $U \subseteq U_0$ ו- $V \subseteq V_0$ קטעים מסוימים.

נניח $g: U \rightarrow V$ פונקציה ו- $x \in U$ מסוימים.

נניח $F(x, g(x)) = 0$ ו- $y \in V$ מסוימים.

נניח $g'(x) = y$ ו- $F(x, y) = 0$.

$$\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

נניח $f_1(x, y, z) = x^3 - y^3 + z^3 - 1$ ו- $f_2(x, y, z) = x - z - y - 1$.

$$f_1(x, y, z) = x^3 - y^3 + z^3 - 1$$

$$f_2(x, y, z) = x - z - y - 1$$

נניח $x = 1$ ו- (y, z) מסוימים.

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = 3x^2, \quad \frac{\partial f_1}{\partial y} = -3y^2, \quad \frac{\partial f_1}{\partial z} = 3z^2$$

$$\frac{\partial (f_1, f_2)}{\partial (y, z)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3y^2 & 3z^2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(1, -1)} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

נניח $f(x, y(x), z(x)) = f(x, y(x), z(x)) = 0$ ו- $y(x), z(x)$ מסוימים.

5/12/13

89

8 דקות

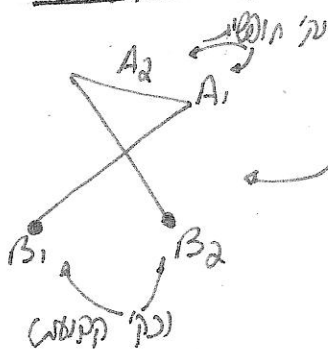
: כלל

(ה) אופייני פת:

$$|B, A_1| = L_1$$

$$|B, A_2| = L_2$$

$$|A_1, A_2| = L_3$$



המשפט

המשפט

$$|A_k - A_l| = G_{kl}$$

$$|A_k - B_l| = G'_{kl}$$

המשפט הוא שגודל המרחק בין הנקודות הוא...

G! אופייני פת:

המשפט: בין הנקודות

המשפט: בין הנקודות... המשפט: בין הנקודות...

$A_1, \dots, A_p$ ונקודות חופשיות $p!$ קווי ישרים חופשיים

$$M = 2p - 1$$

המשפט: בין הנקודות... המשפט: בין הנקודות...

המשפט: בין הנקודות... המשפט: בין הנקודות...

המשפט: בין הנקודות... המשפט: בין הנקודות...

המשפט: בין הנקודות... המשפט: בין הנקודות...

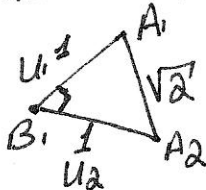
המשפט

$$|x| = |T(x)| \quad T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$T = (u_1 | u_2 | u_3) \quad ; \det T = 1$$

המשפט: בין הנקודות...

$\det = 1$ ונקודות חופשיות u_1, u_2, u_3 ונקודות חופשיות u_1, u_2, u_3



$$|u_1 - u_2| = \sqrt{2}$$

$$\langle u_1, u_2 \rangle = 0, |u_1| = 1, |u_2| = 1$$

$$2 \cdot 3 - 3 = 3$$

המשפט

$$g_i: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$A_1 = (x_1, x_2, x_3)$$

$$A_2 = (x_4, x_5, x_6)$$

$$g_1(x_1, \dots, x_6) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 1$$

$$g_2(x_1, \dots, x_6) = x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 - 1$$

$$g_3(x_1, \dots, x_6) = x_1 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_6$$

$$\nabla g_1(x_1, \dots, x_6) = (2x_1, \dots, 2x_3, 0, \dots, 0)$$

$$\nabla g_2(x_1, \dots, x_6) = (0, 0, 0, 2x_4, 2x_5, 2x_6)$$

5/12/13

66

8 תמונה

$$\nabla g(x_1, \dots, x_6) = (x_4, x_5, x_6, x_1, x_2, x_3)$$

$$v = (x_4, x_5, x_6) \quad ; \quad u = (x_1, x_2, x_3)$$

pk sk

$$\left. \begin{aligned} \nabla g_1(x_1, \dots, x_6) &= (2u, 0) \\ \nabla g_2(x_1, \dots, x_6) &= (0, 2v) \\ \nabla g_3(x_1, \dots, x_6) &= (v, u) \end{aligned} \right\}$$

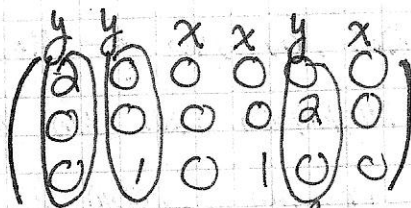
→ נניח שהם לא

$$\lambda_1(2u, 0) + \lambda_2(0, 2v) + \lambda_3(v, u) = 0$$

כל u ! v ! אומתות! !
כל u ! v ! אומתות! !
כל u ! v ! אומתות! !

pk

התוצאה
הפונקציה
המיוחסת



$$\left\{ \begin{aligned} u &= (1, 0, 0) \\ v &= (0, 1, 0) \end{aligned} \right.$$

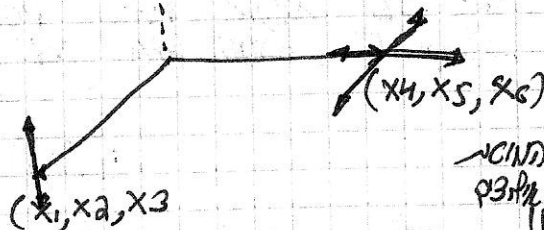
pk

כל u ! v ! אומתות! !

כל u ! v ! אומתות! !

כל u ! v ! אומתות! !

כל u ! v ! אומתות! !



כל u ! v ! אומתות! !

כל u ! v ! אומתות! !