

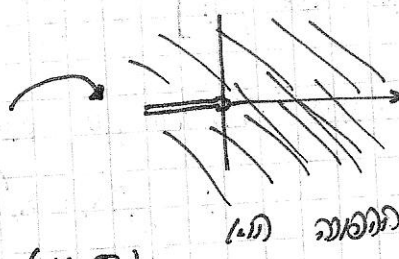
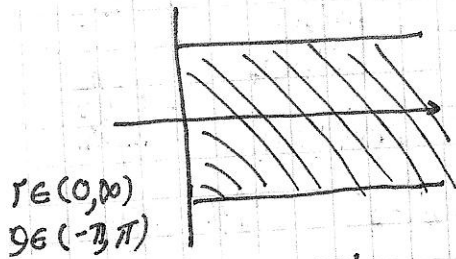
40/11/13

46

לימוד מחדש

הפונקציה ההיפוטנטיקה

$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$: $f(r, \theta) \mapsto (r \cos \theta, r \sin \theta)$
 כלומר $f(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$
 $f(r, \theta + 2\pi) = f(r, \theta)$
 $-\pi < \theta < \pi$! $r > 0$! f איננה הפיכה, אבל היא מונוטונית!



ההפוך וההפוך

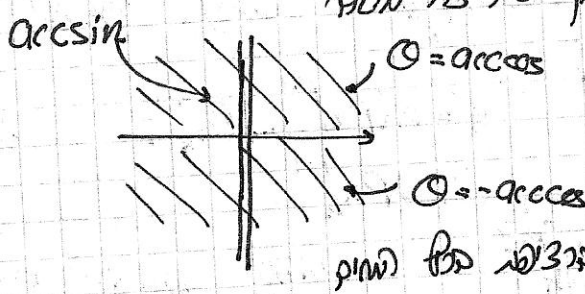
$$f^{-1}(x, y) \rightarrow (r, \theta)$$

$$f^{-1}(x, y) = \left(\sqrt{x^2 + y^2}, \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

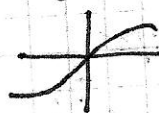
הפונקציה f^{-1} היא הפיכה

$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$
 כי רק שם יש הפיכה

$0 < \theta < \pi$
 $\arcsin$
 רק שם יש הפיכה



הפונקציה f^{-1} היא הפיכה
 $\arcsin$
 רק שם יש הפיכה
 $\sin$
 רק שם יש הפיכה



הפונקציה f^{-1} היא הפיכה
 הפונקציה f^{-1} היא הפיכה

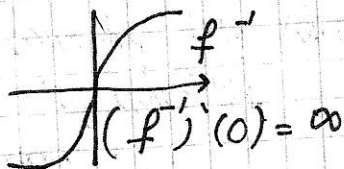
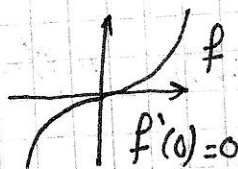
הפונקציה f^{-1} היא הפיכה
 $f^{-1}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $f^{-1}(f(x)) = x$
 $f^{-1} \circ f = Id \rightarrow (Df^{-1})_{f(x)} \cdot Df_x = Id$

$$(Df^{-1})_y = \left((Df)_{f^{-1}(y)} \right)^{-1}$$

$$(Df^{-1})_{f(x)} = (Df_x)^{-1}$$

$$f(x) = x^3$$

$$f^{-1}(y) = y^{1/3} = \sqrt[3]{y}$$



20/11/13

7

המשפט של אייזנשטיין

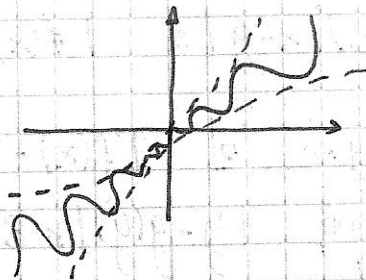
אנחנו: עבור $n=1$ כל $f'(x)=0$ על $x \in (a,b)$ של f מ"מ D (a,b)
[משפט כל וכו'...]

לפי (כך) עבור מרחב $\mathbb{R}^n$! $(x,y) \mapsto (e^x \cos y, e^x \sin y)$ על $\mathbb{R}^2$
למרחב $\mathbb{R}^n$ (כל n מ"מ מקומי) על הנגזרת Df הפיכה...

לחומר
וקורא
הנה
אנחנו

פונקציה $f(x) = x + 3x^2 \sin \frac{1}{x}$
הנגזרת $f'(x) = 1 + 6x \sin \frac{1}{x} - 3 \cos \frac{1}{x}$ וקטל סביבה
של $x=0$ היא Df_x חסומה.

למשל:



⊖ כלומר אפילו של $f'(x)$ חסומה זה תנאי
הכרחי! כלומר, Df_x חסומה
! (Df_x) הפיכה.

למשל:

כל f של Df_x הפיכה! x_0 ! f^{-1} קיימת ונגזרת של f^{-1}
עבור Df_{x_0} הפיכה.

$$(Df^{-1})_{y_0} = (Df_{x_0})^{-1}$$

כאן $y_0 = f(x_0)$ ו- $x_0 = f^{-1}(y_0)$

$$[A \mapsto A^{-1} \text{ (כאשר } A \text{ הפיכה)}]$$

משפט: יהי $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ של Df_{x_0} הפיכה ו- x_0 חסומה $(Df)_{x_0}$

הפך של קיימת סביבה U של x_0 ו- V של $y_0 = f(x_0)$ כך ש
 $f|_U: U \rightarrow V$ הפיכה ונגזרת $(f|_U)^{-1}$ של $f|_U$ חסומה.

משפט: יהיו $U, V \subseteq \mathbb{R}^n$ פתוחים! $f: U \rightarrow V$ הפיכה ונגזרת Df_x חסומה
כאן U ו- (Df_x) הפיכה על $x \in U$ אם $f^{-1}: V \rightarrow U$ הפיכה
עבור Df_x חסומה V .

משפט: $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ חסומה Df_x הפיכה

יהי $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ חסומה Df_x הפיכה x_0 כך ש $(Df)_{x_0}$ הפיכה.
מאחר f חסומה U של x_0 כך ש $f|_U: U \rightarrow f(U)$ הפיכה ונגזרת Df_x חסומה
מאחר f חסומה $V = f(U)$ כך ש $f|_U: U \rightarrow V$ הפיכה ונגזרת Df_x חסומה.

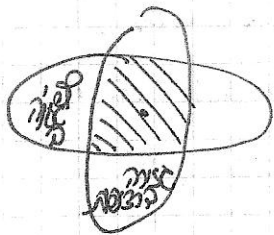
⊖ וקטל (Df_x) הפיכה Df_x חסומה, ולכן f חסומה Df_x חסומה
לכן f חסומה ונגזרת Df_x חסומה.

20/11/13

48

תורת המידות

המושג של נגזרת



הי $x \in U$! $\exists y = f(x)$; $f'(y)$ מוגדרת

בהינתן, $\rightarrow (Df)_0 = id, y_0 = 0, x_0 = 0$: מתייחסים אל f כאל $f: U \rightarrow V$ המושג של נגזרת

לפי $0 < \epsilon$ קיים סביבה U_ϵ של x כזו ש

לפי $x, y \in U_\epsilon$ מתקיים $|f(x) - f(y) - (x - y)| \leq \epsilon |x - y|$ ←

פר: $(1 - \epsilon)|x - y| \leq |f(x) - f(y)| \leq (1 + \epsilon)|x - y|$

וממנה (בה"ר) נקבל $|f(x) - x| \leq \epsilon |x|$ [כי $f(y) = y = 0$]

פר: $|y - g(y)| \leq \epsilon |g(y)|$ לפי $g = (f|_{U_\epsilon})^{-1}$ (סמוך)

לפי $y \in f(U_\epsilon)$ מתקיים $(1 - \epsilon)|g(y)| \leq |y| \leq (1 + \epsilon)|g(y)|$

פר: $|g(y) - y| \leq \epsilon \cdot \frac{|y|}{1 - \epsilon}$ [ממנה נובע כי $y \rightarrow 0$ אז $|g(y) - y| \rightarrow 0$]

נניח כי f הוא מרחב וקטורי V ו- U הוא מרחב וקטורי U . f היא תמונה של g ו- id היא הזהות. $g(y) = y + o(|y|)$ (כאשר $y \rightarrow 0$)

לפי ההגדרה של f ו- g נובע כי f היא תמונה של g ו- id היא הזהות. f היא תמונה של g ו- id היא הזהות.

$\{t : |f(t)| < \epsilon\}$ הוא קטע סביב 0. f היא תמונה של g ו- id היא הזהות.

המושג של נגזרת

מאחר $f(x_0) = y_0$! $y \rightarrow y_0$! $x \approx x_0$! $f(x) = y$ קיים x כזה ש

[ממנה נובע כי f היא תמונה של g ו- id היא הזהות]

מאחר $T = (Df)_{x_0}$ נקבל $f(x) = f(x_0) + T(x - x_0) + o(|x - x_0|)$

לפי $f(x) \approx f(x_0) + T(x - x_0)$ (כאשר $x \rightarrow x_0$)

$y_0 + T(x - x_0) \approx y \rightarrow x - x_0 = T^{-1}(y - y_0) \rightarrow x \approx x_0 + T^{-1}(y - y_0)$

המושג של נגזרת הוא זה: f היא תמונה של g ו- id היא הזהות.

26/11/13

49

7 תמונה

משפט קארן : $X_{n+1} = X_n + T'(y - f(X_n))$; המטרה להקטין כמות של

! x כך $f(x) = y$ עבור y קרוב מספיק y_0 [קטן מספיק להחזיר]

וכן x ? $x_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} x$? $f(x) = y$ עבור x קרוב $y_0 = f(x_0)$

⊖ מהירות הקצב היא מסתם X_n מהירות ?

מה"כ $T = Id$! $y = 0$, $x_0 = 0$ $X_{n+1} = X_n + y - f(X_n)$ פר

26/11/13

7 תמונה

כאילו : $f: U \rightarrow \mathbb{R}$

מתינה $g_1, \dots, g_m$: $U \rightarrow \mathbb{R}$ כך $g_1(x_0) = \dots = g_m(x_0) = 0$

! $f \in C^1(U)$, $g_i \in C^1(U)$, x_0 היא נק' קרוב מקומות f

מה המיני $g_i(x_0) = 0$ כי $\{ \nabla g_i(x_0) \}$ הם ומונחים

$$\nabla f(x_0) = \lambda_1 \nabla g_1(x_0) + \dots + \lambda_m \nabla g_m(x_0)$$

מכאן נקבע
מכאן נקבע
מכאן נקבע
מכאן נקבע
מכאן נקבע
מכאן נקבע

לנציג : נוכח כי $x_i \geq 0$ כל i בממוצע

$$\frac{1}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}} \leq \sqrt[n]{x_1 \dots x_n} \stackrel{(I)}{\leq} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

הוכחה :

אשר זהו למעשה/המשפט הוא 1 כי הם ממוצע של x_i בקבוצה ... פר נר לחץ

פר בלבד I נניח כי $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ (מקרה כללי) $(x_1, \dots, x_n) = x_1, \dots, x_n$

כאשר האילו הוא השוויון ! $[$ נכח את כל השוויון ...]

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{1}{\prod_{j \neq i} x_j} x_j \quad \boxed{\text{נקודת המקסימום}} : \text{כל $x_i \geq 0$; } g(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i - 1$$

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} = 1 \quad \text{מכאן} \quad \nabla f = \lambda \nabla g \rightarrow \prod_{j \neq i} x_j = \lambda \quad (i \text{ כל})$$

פר מזהה - המשוואה היא $x_i = x_j$ כל i, j וזו נק' המקסימום.

$$\sqrt[n]{x_1 \dots x_n} \leq x_1 \leq 1 \leftarrow x_1, \dots, x_n \leq x_1$$

פר $(x, x, \dots, x)$ הוא המקסימום

פר $x = \frac{1}{n} \leftarrow nx = 1$ פר $(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n})$ נק' חלופה.

$$\sqrt[n]{\frac{1}{n^n}} = \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

פר זו נקודת חלופה מינימלית [כל עוד היא נקודת חלופה מקסימלית]

הכלל
פר
קומפוט

7. PCD LWD

כפי שרואים יש הסימוליון
 המלא $\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = 1$
 שנקרא ~~המשפט~~ ~~המשפט~~ המשפט
 $x_i = x_j$ כל i, j של מרחב
 $x_i = n$

$$x_i = n$$

ל"כ) $\mu = \frac{1}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}} = n = \sqrt[n]{x_1 \dots x_n}$ μ

צדק אדוארד ששה און האמינאמא צוין סיוף הרמותה.

1 ≤ x₁...x_n הוכחה כי עבור כל n ≥ 1 x ∈ [2, n]ⁿ נכ

הנהגה: כן, הן $x \leq 1$ מהאינטרס. פן הפיוט של מרכז מ, פן זה נקרא
מינימום, מינימום ופן האופן הנקרא זה מינימום מינימום... [מינימום]

סלולר 1377 ו' 5/31

1. $f(x, y, z) = y^2 + x^2 + z^2$

$y-z=1$ וכן $\{(x,y,z) \mid 4x^2+y^2+z^2=1\}$ אף כעת נניח

פסוק: [וְיָשִׁים אֶל שְׁמוֹנוֹת קוֹמָתוֹת עַל יַד מִקְדָּשָׁם וְהִנִּיחָם מִחֲזֵיתָם]

$$y-z=1 \quad \text{pc!} \quad 4x^2+y^2+z^2 < 1 \quad : \text{p/p}$$

g(x,y,z) = y-z-1

הנחות ממשלה ניהול יוקרה של המזון והחשמל [החשמל והחום]

$$\nabla g = (0, 1, -1) \quad ; \quad \nabla f = (-2x, 2y, 2z)$$

$y-z=1$ বরাবর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $x=0; y=-z$ বরাবর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

אם $\vec{p} = (0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ נקרא נקודה $\leftarrow$ [נקודה חלופה מ] $\leftarrow$

נור קרמז וקורט קסופס על השלם של החוק

$g_1(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + z^2 - 1$ וכן נבחרת את: $4x^2 + y^2 + z^2 = 1$: גלדל

$$g_2(x, y, z) = y - z - 1$$

$$\nabla q_1 = (8x, 2y, 2z) \quad \therefore \frac{\partial p}{\partial q_1} = 1$$

$1-z \equiv 1-y=-z, x=0 \leftrightarrow$ with v_{g1}, v_{g2} ; $v_{g1} = (8, 0, 1)$, $v_{g2} = (0, 1, -1)$... $\leftarrow$ $\frac{v_{g1}}{\|v_{g1}\|}$ & $\frac{v_{g2}}{\|v_{g2}\|}$

28/11/13

82

בניית סדר

ישו נחנך לבניית סדר מחדש x של $f(x)=y$ קיים x כן $f(x)=y$

הבה: $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ $f(x_0) = y_0$ x_0 $f(x_0) = y_0$ $f(x_0) = y_0$

$y_0 = f(x_0)$ $f(x_0) = y_0$ $f(x_0) = y_0$

$x_1 = y_0$ $f(x_1) = y_1$ $f(x_1) = y_1$

$$x_{n+1} = x_n + (Df)^{-1}_x (y - f(x_n))$$

כך x_i $f(x_i) = y_i$ $f(x_i) = y_i$

$$x_{n+1} = x_n + (Df)^{-1}_x (y - f(x_n))$$

הבה: $f(x) = y$ $f(x) = y$ $f(x) = y$

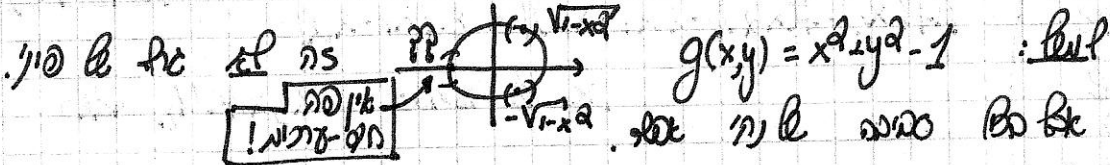
הבה: $f(x) = y$

הבה: $f(x) = y$ $f(x) = y$ $f(x) = y$

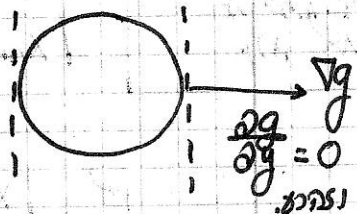
הבה: $f(x) = y$ $f(x) = y$ $f(x) = y$

$$Z_g = \{ (x, y) \mid g(x, y) = 0 \}$$

הבה: $f(x) = y$ $f(x) = y$ $f(x) = y$



הבה: $f(x) = y$ $f(x) = y$ $f(x) = y$



$$g_x(y) = g(x, y) \quad g_x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g'_x(y_0) \neq 0$$