12/10/13 7

שעור שבוע 2

*מושג של גודל פורש מרחב אוקלידי כי יש צורך במכפלה פנימית.

*המרחב $\mathbb{R}^n$ הוא מרחב וקטורי אוקלידי, שיש לו בסיס סטנדרטי, אורתונורמלי.

אם בחרנו של בסיס $e_1,\dots,e_n$ ניתן להתאים לכל וקטור x את וקטור המקדמים של הפרישה שלו $x \mapsto (c_1,\dots,c_n)\in\mathbb{R}^n$. [$x=\sum_{i=1}^{n} c_i e_i$]

ניתן לומר שבחירה של בסיס אורתונורמלי נקבע איזומורפיזם מכל מרחב אוקלידי ל-$\mathbb{R}^n$, כך שבעצם כל מרחב אוקלידי איזומורפי למרחב האוקלידי $\mathbb{R}^n$ עד כדי בחירת בסיס.

*איזומורפיזם של מרחבים אוקלידיים צריך לשמור מכפלה פנימית

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^n & & \mathbb{R}^m \\ \cong & & \cong \\ E_1 & \xrightarrow{T} & E_2 \end{array}$$

* עבור אופרטור ליניארי $T: E_1 \to E_2$ מתאימה מטריצה לאחר בחירת בסיס. ההתאמה בין העתקה למטריצה היא קנונית עד כדי בחירת בסיס.

*פירוק לערכים סינגולריים: ניתן לבחור בסיס לשני המרחבים כך שהמטריצה המייצגת את ההעתקה תהיה אלכסונית. [כלומר בוחרים בסיס 1 למרחב הראשון ובסיס 2 למרחב השני] כלומר לכל A קיימות P,Q אחת אורתונורמלית ואחת אורתוגונלית כך ש
$$PAQ^{-1}=D$$
כאשר D אלכסונית.

ליניאריות ורציפות

* $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ פונ' ליניארית. אזי $\forall_{\text{כזו}} f \ \exists a\in\mathbb{R}^n \ \forall x\in\mathbb{R}^n: f(x)=\langle a,x\rangle$

כלומר $f(\vec{x})=a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_nx_n$

לכן בבירור f רציפה. כלומר פונ' ליניארית היא רציפה.

* $T:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ ליניארי אזי $T(x)=Ax$ כאשר A מטריצה $A\in M_{m\times n}$

אזי T רציפה, כי כל קואורדינטה של $T(x)$ רציפה בנפרד ולכן T רציפה בשלמות.

* תהי $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ פונ' אפינית אזי קיים a,t כך ש $f(x)=\langle a,x\rangle+t$
ולכן עכשיו f רציפה... בבירור.

* תהי $T:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ פונ' אפינית אזי קיימים A מטריצה ! $b\in\mathbb{R}^m$ כך ש
$T(x)=Ax+b$ ולכן עכשיו T רציפה.

22/10/13 8

המשך שיעור 2

(*) תהי $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$ חח"ע ועל אפינית אזי f הומאומורפיזם, כלומר f ו־f^{-1} רציפות.

(*) הומאומורפיזם: העתקה הפיכה ורציפה שההופכית שלה רציפה

תזכורת: כל הומאומורפיזם שומר התכנסות/קבוצה פתוחה/סגורה/קומפקט/ נקודת הצטברות שפה / סדרה מתכנסת וכו'...

(*) איזומורפיזם הקואורדינטות: יהא V מרחב וקטורי ממימד n אזי יש איזומורפיזם ל־$\mathbb{R}^n$ ע"י בחירת בסיס ואיזומורפיזם הקואורדינטות.

(*) התכנסות במרחב וקטורי $\longleftrightarrow$ סדרת הקואורדינטות מתכנסת ב־$\mathbb{R}^n$.

(*) במרחבים וקטורים אין מרחק, ולכן אין משמעות להתכנסות עדיין

(*) אין חשיבות לבחירה של האיזומורפיזם הלינארי.

$$T_1:V\to\mathbb{R}^n;\quad T_2:V\to\mathbb{R}^n$$

שני איזומורפיזמים לינארים [ולכן הומאומורפיזמים] השאלה היא:

$$T_1x_n\to T_1x \overset{?}{\Longrightarrow} T_2x_n\to T_2x$$

כלומר התכנסות תחת T_1 תהיה שקולה להתכנסות תחת T_2.

עבור T_1 ו־T_2 אין משמעות לרציפות כי ב־V אין עדיין טופולוגיה. אבל $T_2T_1^{-1}$ הוא מ־$\mathbb{R}^n$ ל־$\mathbb{R}^n$ ולכן יש משמעות לדבר על רציפות

$$\begin{tikzcd} & V \arrow[dl, "T_1"'] \arrow[dr, "T_2"] & \\ \mathbb{R}^n \arrow[rr, "\underbrace{T_2T_1^{-1}}_{\text{לינארי!!}}"'] & & \mathbb{R}^n \end{tikzcd}$$

כהרכבה של לינארים ולכן רציף.

ולכן מתקיים כי $(T_2T_1^{-1})T_1x_n\to(T_2T_1^{-1})T_1x$

כי $T_2T_1^{-1}$ רציפה ונתון כי $T_1x_n\to T_1x$

ולכן $T_2x_n\to T_2x$ כנדרש!

לכן אין חשיבות לבחירת T האיזו הלינארי של V לתוך $\mathbb{R}^n$.

(*) כלומר התכנסות נשמרת בבחירת קואורדינטות אחרות!

כנ"ל עבור קבוצות קומפקטיות כי נניח כי $T_1(K)$ קומפקט אז

$$T_2T_1^{-1}(T_1(K))=T_2(K)$$

תמונה רציפה של קומפקט היא קומפקט...

(-) כל מה שנאמר לעיל תקף גם למרחבים אפיניים, ובמקום העתקה לינארית, נדרוש העתקה אפינית.

12/10/13 9

המשך שיעור 2

תרגיל: מצא סדרה של פולינומים ב P_{n-1} המתכנסים לפולינום המקיימים שלושה:

(א) $f_m \xrightarrow{m\to\infty} f$ [התכנסות מוגדרת לפי מה שבחרנו קודם (נורמה במרחב $\mathbb{R}^n$)]

(ב)
$$\begin{cases} f_m(0) \to f(0) \\ f'_m(0) \to f'(0) \\ \vdots \\ f^{(n-1)}_m(0) \to f^{(n-1)}(0) \end{cases}$$
זה מקביל לנגזרות...

(ג) התכנסות נקודתית

(ד) התכנסות במ"ש על קטע סופי!

(ג)
$$\begin{cases} f_k(0) \to f(0) \\ f_k(1) \to f(1) \\ \vdots \\ f_k(n-1) \to f(n-1) \end{cases}$$

כל המטרה הייתה להראות שיש טופולוגיה בכל מרחב וקטורי V סופי גם אין מטריקה

נורמות של וקטורים/אופרטורים

תהי $T: E_1 \to E_2$ לינארית של מרחבים אוקלידיים אז נגדיר $\|T\| = \sup_{x \in E_1} \frac{|Tx|}{|x|}$

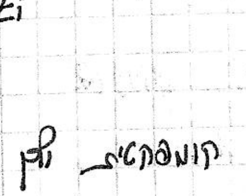
שזה שווה ל $\sup_{E_1 \ni x : |x| = 1} |Tx|$

(*) למעשה ניתן לכתוב $\max$ כי כדור היחידה הוא קבוצה קומפקטית, ולכן יש מקסימום כי זו ההעתקה רציפה.

(*) במקרה אם T לינארית אורתוגונלית אז $\|T\| = \max(\text{הערך העצמי})$

(*) נשים לב שהקבוצה המטריצות היא גם מרחב וקטורי ויש לה נורמה, במקרה הנורמה שלה, כאשר מסתכלים עליה כהעתקה.

(*) נשים לב שעבור הנורמה הזו, לא מקבלים מרחב אוקלידי! כלומר אין מכפלה פנימית שמתן לי את הנורמה הזו.



נשים לב שעבור הנורמה הזו כדור היחידה הוא מרובע: בעצם זה לא מרחב אוקלידי! לא נשמר גאומטרי.

זה מרחב נורמי.

הגדרה: נורמה במרחב וקטורי V הוא פונ' $\|x\| \in [0,\infty) \mapsto x \in V$ כך ש:

(א) $\|cx\| = |c|\|x\|$ לכל $c \in \mathbb{R}$, $x \in V$

(ב) $\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$

(ג) $x \neq 0 \to \|x\| \neq 0$

מרחב נורמי:
מרחב וקטורי שמצויד בנורמה
במקרה מרחב אוקלידי הוא נורמי!

המשך שיעור 2

* במרחב נורמי יש מרחק בין וקטורים $\|x-y\|$ אבל אין זווית.
במרחב אוקלידי אפשר להגדיר זווית בעזרת המכפלה הפנימית.

תרגיל:

$$-\|x-y\| \le \|x\|-\|y\| \le \|x-y\|$$

טענה: כל נורמה ב $\mathbb{R}^n$ היא רציפה.

הוכחה: תהי $\|\cdot\|$ נורמה ובסיס $e_1,\dots,e_n$. יהי x כלשהו אזי

$$\|x\|=\Big\|\sum_{i=1}^n e_i x_i\Big\| \overset{\Delta}{\le} \sum_{i=1}^n \|x_i e_i\| = \sum_{i=1}^n |x_i|\|e_i\| \le \underbrace{\Big(\sum_{i=1}^n\|e_i\|\Big)}_{C}\max(x_1,\dots,x_n)$$

$$\le C\cdot\sqrt{x_1^2+\dots+x_n^2} = C\cdot|x|$$

C - תלוי בנורמה.

לכן $\|x\|\le C\cdot|x|$ [כלומר שלכל $\|\cdot\|$ קיים C קבוע שחוסם את $\|\cdot\|$ כפול $|\cdot|$ (נורמה אוקלידית)]

לכן $x_n\to 0 \iff |x_n|\to 0 \Rightarrow C\cdot|x_n|\to 0 \Rightarrow \|x_n\|\to 0$

לכן $\|\cdot\|$ רציפה לכל $\|\cdot\|$ נורמה ב $\mathbb{R}^n$.

* נתבונן ב: $S^{n-1}=\{x\in\mathbb{R}^n \mid |x|=1\}$ [קומפקטית]. תהי $\|\cdot\|$ רציפה ב $\mathbb{R}^n$ כי היא נורמה. לכן קיים $c=\min_{|x|=1}\|x\|$ וקיים $C=\max_{|x|=1}\|x\|$
ומקיים ש $0<c$ [מחיוביות הנורמה]

[המינימום והמקסימום קיימים משום שהספירה היא קומפקטית, $\|\cdot\|$ רציפה כפי שראינו]

לכן קיבלנו $|x|\le\frac{1}{c}\|x\|$; $\|x\|\le C\cdot|x|$

ולכן $\|x_n\|\to 0 \iff |x_n|\to 0$ [בפרט $|x_n-x|\to 0 \iff \|x_n-x\|\to 0$]

לכן כל נורמה שנבחר היא טובה. לכן כל שתי נורמות הן שקולות ב $\mathbb{R}^n$.

הגדרה של התכנסות במרחב וקטורי:

$x_n\to x$ אמ"מ $\|x_n-x\|\to 0$ [וזה לא משנה איזה נורמה נבחר כי הן כולן שקולות]

קבוצה קמורה:

$A\subseteq\mathbb{R}^n$ תקרא קמורה אם לכל $x,y\in A$ מתקיים $[x,y]\subseteq A$

כאשר $[x,y]=\{cx+(1-c)y \mid c\in[0,1]\}$

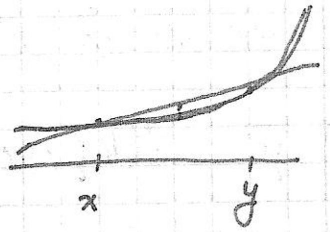
22/10/13 11

תרגול שיעור 2

פונ' קמורה: [פונ' מ-$\mathbb{R}$]

$$f(cx+(1-c)y) \le cf(x)+(1-c)f(y)$$

לכל $c\in[0,1]$ ולכל $x,y\in V$ כאשר $f: V\to\mathbb{R}$



⊛ הקבוצה $\{x : f(x)\le c\}$ קמורה עבור f קמורה.

מסילות וקשירות:

⊛ מסילה $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^n$; קבוצה קשירה מסילתית אם יש מסילה שמוכלת בקבוצה בין כל שני נקודות.

⊛ ב-$\mathbb{R}$ רק קטעים הם קבוצות קשירות מסילתית.

⊛ תמונה רציפה של קבוצה קשירה מסילתית היא קשירה מסילתית.

תחום: קבוצה פתוחה וקשירה מסילתית. [נובע שהיא קשירה פוליגונלית]

⊛ תהי G קבוצה פתוחה, $x\in G$. אזי קבוצת כל ה-y כך שיש מסילה מ-x ל-y היא גם קבוצה פתוחה... [הוכחה ברורה] וכן G מתפרקת לאיחוד של קבוצות פתוחות.

הגדרה: $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תקרא קשירה אם לא קיימות קבוצות פתוחות $U,V\subseteq\mathbb{R}^n$ כך ש- $A\subseteq U\cup V$ ו- $U\cap V=\emptyset$ ו- $U\cap A\ne\emptyset$, $V\cap A\ne\emptyset$.
כלומר לא ניתן לפרק באופן לא טריוויאלי לשתי קבוצות פתוחות זרות.

⊛ קבוצה פתוחה וקשירה מסילתית היא קשירה פוליגונלית

תרגיל שבוע 2

תרגיל: הוכיחו שתמונה רציפה של קבוצה קומפקטית היא קומפקטית.
הוכיחו שתמונה רציפה של חסומה לא בהכרח חסומה, ותמונה רציפה של קבוצה סגורה לא בהכרח סגורה, יותר מכך כל קבוצה פתוחה ב-$\mathbb{R}^n$ היא תמונה רציפה של קבוצה סגורה [כאשר הפונ' רציפה רק על חלק מ-$\mathbb{R}^n$, כלומר מוגדרת רק על החלק]

פתרון: 1. תהי $K\subseteq\mathbb{R}^n$ קומפקטית, $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ רציפה. נראה כי $f(K)$ קומפקטית. נראה שלכל כיסוי פתוח יש תת-כיסוי סופי.

הוכחה פורמלית: יהי $\{U_\alpha\}_{\alpha\in I}$ כיסוי פתוח של $f(k)$, אזי מאחר ו-f רציפה(*)

אזי $\{f^{-1}(U_\alpha)\}_{\alpha\in I}$ הוא כיסוי פתוח של k, לכן יש לו תת-כיסוי סופי [מקומפקטיות]

$\{f^{-1}(U_{\alpha_i})\}_{i=1}^{n}$, לכן $\{U_{\alpha_i}\}_{i=1}^{n}$ הוא כיסוי סופי פתוח של $f(k)$, לכן $f(k)$ קומפקטית.

(*) פונ' רציפה
אמ"מ המקור
של כל קבוצה
פתוחה הוא
קבוצה פתוחה
[עבור פונ' שמוגדרת על כל ה-...]

(2) $\frac{1}{x}$ בקטע $(0,1)$

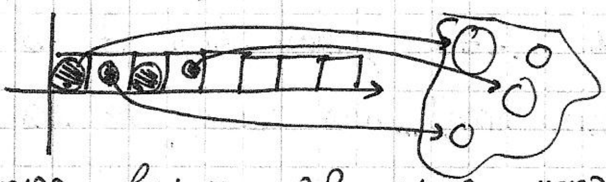
(3) $\arctan(x)$ מ-$\mathbb{R}$ ל-$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$; $\mathbb{R}$ קבוצה סגורה, ו-$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ לא סגורה.

(4) תהי $U\subseteq\mathbb{R}^n$ קבוצה פתוחה. אזי $U\cap\mathbb{Q}^n$ היא קבוצה בת-מניה צפופה בתוך U. נסמן $U\cap\mathbb{Q}^n=\{q_1,\ldots\}$. סביב כל q_i נצייר כדור סגור $\overline{B_{\varepsilon_i}(q_i)}$

כאשר $\varepsilon_i=\min\left(\frac{d(q_i,\partial U)}{2},\frac{1}{2}\right)$ ככה לא נחרוג מגבולות של U.

אזי $U=\bigcup_{i=1}^{\infty}\overline{B_{\varepsilon_i}(q_i)}$ [ברור מהגדרה דו-כיוונית]

כל כדור $B_{\varepsilon_i}(q_i)$ רצה ~~...~~ ניתן להציג אותו כריבוע שקודקודיו $(i,0),(i+1,0)$, $(i,1),(i+1,1)$



ההעתקה שמציבה כל כדור בריבוע המתאים, לכדור המתאים לו בכיסוי של U היא רציפה. והקבוצה הכדורים היא סגורה. ← כי זה איחוד זר של קבוצות מופרדות במרחק חיובי.

תרגיל: $P_{n-1}=\{$מרחב הפולינומים ממעלה לכל היותר $n-1\}$ הוכח את השקילות:

$f_k\to f$ אמ"מ $f_k(0)\to f(0),\ldots,f_k(n-1)\to f_k(n-1)$

(*) מה זה $f_k\to f$
יש לנו טופולוגיה טבעית על כל מרחב לינארי סוף ממדי לפי הקואורדינטות.
נקח איזומורפיזם לינארי $T:P_{n-1}\to\mathbb{R}^n$ אז נגדיר $f_k\to f$ אמ"מ $T(f_k)\to T(f)$

נוסח את הטענה:

נגדיר $T:P_{n-1}\to\mathbb{R}^n$ ע"י $T(f)=(f(0),f(1),\ldots,f(n-1))$

ברור ש-T העתקה לינארית. אם נוכיח ש-T איזומורפיזם

סיימנו!

הטופולוגיה הזו לא תלויה באיזומורפיזם T, כפי שאינו בשיעור

חח"ע: כי אם שני פולינומים ממעלה $n-1$ מסכימים על n נקודות, אזי הם שווים.

על: זה גורר גם על, כי נגדיר פולינום לפי הערכים בנקודות.

22/10/13 13

המשך תרגול 2:

לכן $f_k \to f$ אמ"מ $T(f_k) \to T(f)$ וזה מה שרצינו להוכיח.

טענה ב': $f_k \to f$ אמ"מ $f_k(x) \to f(x)$ לכל $x \in \mathbb{R}$.

הוכחה: נשים לב כי כל העתקה מהצורה $T(f) = (f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_{n-1}))$ הם איזומורפיזם לינארי בין P_{n-1} ל-$\mathbb{R}^n$ כאשר $x_i \neq x_j$ לכל $i \neq j$.

לכן ברור כי אם $f_k \xrightarrow{k\to\infty} f$ אזי $T(f_k) \to T(f)$ ולכן יש התכנסות נקודתית.

הכיוון ההפוך נובע מ-א' מיד.
$(f_k(x_0), f_k(x_1), \dots, f_k(x_{n-1})) \to (f(x_0), \dots, f(x_{n-1}))$

מרחב אפיני: [מרחב וקטורי שאיבדנו את ראשיתו איפה האפס ולכן לא יודעים לחבר]

S אפיני אם קיים $\vec{S}$ מרחב וקטורי ופעולה $+ : \vec{S} \times S \to S$ כך ש:

(א) $0 + a = a$ לכל $a \in S$

(ב) $v + (w + a) = (v + w) + a$ לכל $v, w \in \vec{S}$; $a \in S$

(ג) $a \mapsto v + a$ ההעתקה חח"ע ועל מ-S ל-S.

העתקה: $f : S_1 \to S_2$ (מרחבים אפיניים) תקרא אפינית אם קיימת העתקה לינארית $\bar{f} : \vec{S}_1 \to \vec{S}_2$ כך ש $f(a + v) = f(a) + \bar{f}(v)$ לכל $a \in S_1$, $v \in \vec{S}_1$

למשל: $ax + b$ היא ההעתקה אפינית מהישר הממשי לקו $ax+b$.
ההעתקה האפינית נקבעת ע"י ההעתקה הלינארית המתאימה עד כדי הזזה.

תת-מרחב אפיני: יהי S מרחב אפיני. $S_1 \subseteq S$ תת-מרחב אפיני אם הקבוצה
$$\{a - b \mid a, b \in S_1\}$$
היא תת-מרחב לינארי של $\vec{S}$

חזרה על נגזרות:

תהי $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$! $p\in(0,\infty)$ אז נאמר כי $f\in\bar{o}(|\cdot|^p)$

[או קטן] בנקודה אפס אם $\frac{f(x)}{|x|^p}\xrightarrow{x\to 0} 0$.

* אם $p=0$ אז נאמר כי $f=\bar{o}(1)$ [אומר f שואפת לאפס בנקודה אפס]

~~[illegible]~~

* אם $p=1$ נאמר כי $f(x)=\bar{o}(|x|)$ או במילים אחרות לכל $\varepsilon>0$ מתקיים $|f(x)|\le\varepsilon|x|$ בסביבה של אפס.

מה זה סביבה של אפס? כמה הגדרות

(א) עבור $r>0$: $B(0,r)=\{x \mid |x|<r\}$

(ב) עבור $r>0$: $\bar{B}(0,r)=\{x \mid |x|\le r\}$

(ג) קבוצה פתוחה שמכילה את אפס.

(ד) קבוצה כלשהי שאפס בפנים שלה.

הגדרות שקולות

(ג) נקרא פתוחה של אפס ; (ד) נקרא סביבה של אפס.

תרגיל: אם $T:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ לינארי שמקיים $T\in\bar{o}(|x|)$ אז $T\equiv 0$.

נבטים:

יהיו $f,g:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ אזי עבור $x\in\mathbb{R}^n$ נגדיר את יחס השקילות $f\sim g$

אם קיימת סביבה של x כך ש $f\equiv g$. ליד x זה יחס שקילות [אחר]

* מחלקות השקילות של היחס הזה נקראו נבטים ב x.

נשים לב כי $[f]_x=[g]_x \Rightarrow f(x)=g(x)$ בברור.

אבל לא קיימת נקודה $y\neq x$ כך ששקילות בסביבת x גוררת שוויון ב y.

נשים לב:

(1) $[f_1]_x=[f_2]_x \Rightarrow [cf_1]_x=[cf_2]_x$ לכל $x\in\mathbb{R}$

(2) $[g_1]_x=[g_2]_x \Rightarrow [f_1+g_1]_x=[f_2+g_2]_x$

24/10/13   טו

תרגול שיעור 2

תרגיל: מרחב וקטורי של נבטים [ממימד אינסופי].

* נאמר ש $[f]_x$ הוא רציף/חסום/חח"ע אמ"מ f הוא רציף/חסום/חח"ע בסביבה של x.

דוגמא [נבט לא חסום]

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} & x\neq 0\\ 7 & x=0\end{cases}$$

טענה:

אם $[f]_x=[g]_x$ אזי $\lim_{y\to x} f(y)=\lim_{y\to x} g(y)$ [אם קיים כמובן] וזה מראה את מקומיות מושג הגבול.

* לכן מושג האו-קטן הוא גם כן מושג מקומי.

* תכונה היא מקומית אמ"מ היא נשמרת בנבט.

תרגיל: מצאו $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ כך ש $f(x,\cdot)\in\bar{o}(|\cdot|)$; $f(\cdot,y)\in\bar{o}(|\cdot|)$ אבל $f\notin\bar{o}(|\cdot|)$

הגדרה: [או גדול]

נאמר כי $f\in O(|\cdot|^p)$ בסביבה של אפס. אם קיים $C\in(0,\infty)$ כך ש $|f(x)|\leq C|x|^p$ בסביבה של אפס.

טענה:

1) אם $f(x)=\bar{o}(|x|^p)$ וגם $g(x)=O(|x|^q)$ אז $f\cdot g(x)=\bar{o}(|x|^{p+q})$
כי אחד שואף לאפס והשני חסום. [בסביבה של אפס]

2) $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$; $g:\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}^l$ כך ש
$f\in\bar{o}(|\cdot|^p)$; $g\in O(|\cdot|^q)$ אז $g\circ f\in\bar{o}(|\cdot|^{pq})$

שאלה: יהיו $[f_1]_x=[f_2]_x$; $[g_1]_x=[g_2]_x$
האם $[g_1\circ f_1]_x=[g_2\circ f_2]_x$?

נשים לב שהכיוון ההפוך לא נכון:
$g=\frac{x^2}{\log\frac{1}{x}}\in\bar{o}(x^2)$
כי $\lim_{x\to 0}\frac{1}{\log\frac{1}{x}}=0$
$f(x)=2\in O(1)$
אז $g(f(x))=\frac{4}{\log\frac{1}{2}}$
וזה לא [illegible]