

15/10/13

2

לימוד 1

לא נדפס:

* נתון: המרחב וקטורי סדר- n מממס $\mathbb{R}$.

* סימון: $\mathbb{R}^n = \{(x_1, \dots, x_n) : x_i \in \mathbb{R}\}$

* $\mathbb{R}^{m+n} = \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n$ [כוחות] $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$ כל A, B, C יש

התאמה מ"צ וזו בין הקבוצות. [יש פטירה קטנה (זה משהו נוסף)]

* $A \subset B \leftrightarrow \forall x : (x \in A \rightarrow x \in B)$ [כלומר: כל x שבו A הוא גם ב- B]

$A = B \leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$

מרחב וקטורי

[מרחב וקטורי]

איזומורפיזם של מרחבים וקטוריים = הומומורפיזם ליניארי.

בסיס של מרחב וקטורי

מרחב: מספר הקואורדינטות בסיס (אינדיקס) של המרחב

כל מרחב וקטורי איזומורפי אל מ"צ. [יש רק מרחב וקטורי אחד]

מרחב מ"צ עם כיוון איזומורפיזם...

מרחב-מ"צ [מרחב מ"צ עם כיוון] בסיס של מ-מ-מרחב לבסיס של המרחב שלו

אורטונורמליזציה (ההסדרה ליניארית, פונקציה ליניארית וכו...)

מרחב פנימי $\langle x, y \rangle$

מרחב וקטורי אוקלידי - מרחב וקטורי עם המכשיר הפנימי שלו.

איזומורפיזם של מרחבים אוקלידיים - הומומורפיזם ליניארי ושל מרחב פנימי [איזומורפיזם]

כל מרחב מ"צ עם וקטור $|x| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$ מרחב מ"צ עם המכשיר.

כלל קוסי-שוורץ: $|\langle x, y \rangle| \leq |x| \cdot |y|$ [זה מתייחס לזווית במרחב אוקלידי]

כלל המשולש: $|x+y| \leq |x| + |y|$

בסיס אורתונורמלי: בסיס של מרחב וקטורי שבו כל וקטור אורתונורמלי

לפי וקטוריהם של כל וקטור ב-1. [זהו מרחב אוקלידי]

כל מרחב אוקלידי איזומורפי אל מ"צ עם מרחב מ"צ

מ-מ-מרחב של מרחב אוקלידי עם מרחב אוקלידי [זהו מרחב אוקלידי]

כל בסיס אורתונורמלי של מ-מ-מרחב עם מרחב אוקלידי של המרחב כולו

15/10/13 4

המשקל שיוצר 1

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \quad \text{שם} \quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n \quad \text{נק' } \circledast$$

רשימה: האם f נציגה אחידה $f_1, \dots, f_n$ נציגות.

רשימה: $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ האם נכון e f נציגה אחידה $f(x, \cdot)$ נציגה לפי x .
 $f(\cdot, y)$ נציגה לפי y .

רשימה: f נציגה אחידה $f(x, \cdot)$ נציגה לפי x .
 $f(\cdot, y)$ נציגה לפי y .

אחידה סופי של קבוצת סגורה היא קבוצה סגורה.
 אף אספה אינסופית של f נציגה אחידה $f(x, \cdot)$ נציגה לפי x .
 סגורה של קבוצת סגורה.

חיתוך של קבוצת סגורה היא קבוצה סגורה לפי $f(x, \cdot)$ נציגה לפי x .
 קבוצה אחידה $f(x, \cdot)$ נציגה לפי x .

רשימה: תמונה נציגה של קבוצה קומפקטית היא קבוצה קומפקטית.
 אף תמונה נציגה של קבוצה סגורה היא אף אחידה סגורה, בקריטריון הסגור.
 אף קבוצה סגורה היא תמונה נציגה של קבוצה סגורה.

רשימה: חיתוך של סגורה יורשת של קבוצה קומפקטית היא אף נכון.
 ..כאשר $a \in K$, אף חיתוך אף של קבוצת סגורה יורשת ונכון.
 רשימה:

אם K קומפקטית: $f: K \rightarrow \mathbb{R}^n$ נציגה אחידה f נציגה אחידה $f(x, \cdot)$ נציגה לפי x .
 $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall x, y \in K: |x - y| < \delta \rightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon$

רשימה: אף הפונקציה $\{(x, f(x)): x \in \mathbb{R}\}$ ובלתי $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ שם f .
 $\mathbb{R}^{m+n} \supseteq \{(x, f(x)) | x \in \mathbb{R}^m\} = \Gamma_f$
 אם f נציגה אחידה Γ_f סגורה [אף לפי רשימה]

רשימה: קיימת פונקציה אחידה $f: B_1 \rightarrow \mathbb{R}^n$ נציגה אחידה f נציגה לפי x .
 כאשר $B_1 = \{x \in \mathbb{R}^n: |x| < 1\}$ [החומר הזה = הסתירה אחידה ונכון רשימה לפי רשימה]

רשימה: תמונה אחידה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ נציגה אחידה f נציגה לפי x .

רשימה
 רשימה
 רשימה

רשימה: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ נציגה אחידה f נציגה לפי x .
 $f: [0, 1] \rightarrow S^1$ נציגה אחידה f נציגה לפי x .
 רשימה: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ נציגה אחידה f נציגה לפי x .

15/10/13 5

mic1@Post.tau.ac.il

מיכל ברוחמני

(*) יהיו תוצאות לקונצ'ים בוחן.

1. פונקציה

פונקציה: $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{0,0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ויהי קטע ϵ פני

קטעים הכוללים מרחב, ללא קיום פני

$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 2π מסלול $h(\varphi + 2\pi) = h(\varphi)$ כך ש

כך ש $h(\varphi) = f(r \cos \varphi, r \sin \varphi)$

נני כי h רציפה.

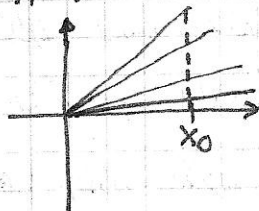
קיום -1

(*) הוכחה כי הפונקציה $f(x,y)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \lim_{y \rightarrow 0^+} f(x,y)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \lim_{y \rightarrow 0^+} f(x,y) = h(0)$$

(*) הוכחה כי $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$ קיים אלמ"ה h קטעה.

הפונקציה קטעה ϵ הקווקוס.



(*) הוכחה $\lim_{y \rightarrow 0} f(x_0, y)$

ללא נקודה $0 < x_0$ ונתון $f(x_0, y)$

יהי y_n סדרה שמתכנסת ל-0 $y_n \rightarrow 0$; אפי

$$f(x_0, y_n) = f(r_n \cos \varphi_n, r_n \sin \varphi_n) = h(\varphi_n)$$

$$r_n = \sqrt{x_0^2 + y_n^2} \quad \varphi_n = \arctan \frac{y_n}{x_0} \quad [\text{כך נקבע הנקודה} \dots]$$

נראה $\varphi_n \rightarrow 0$ כי φ_n רציפה בהמשך נקבע

[כי $y_n \rightarrow 0$] ולכן $h(\varphi_n) = f(x_0, y_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} h(0)$

קל לראות שהפונקציה $f(x,y)$ $\lim_{y \rightarrow 0^+} f(x,y) = h(0)$ קטעה

[הוכחה כי הפונקציה קטעה]

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \lim_{y \rightarrow 0^+} f(x,y) = h(0)$$

הוכחה

(*) אם h קטעה, אז f קטעה בהמשך נקבע

אם h לא קטעה אז $h(0) \neq h(0a)$, אז נבחר בסדרה

$$\vec{x}_n = (r_n \cos \theta_n, r_n \sin \theta_n) \quad \vec{y}_n = (r_n \cos 0a, r_n \sin 0a)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = h(0)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(y_n) = h(0a)$$

נראה $(0,0) \leftarrow x_n, y_n$! קיים $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) \neq \lim_{n \rightarrow \infty} f(y_n)$ [שהם שונים] ולכן

