

23 חידושי הלכות

משפט פאן דר וורט: f ציטירט א פונקט $(x_0, f(x_0))$. $\frac{R_n(x)}{(x-x_0)^n} \xrightarrow{x \rightarrow x_0} 0$

הוכחה: נניח $P(x)$ היא פולינום ממעלה n ו- $P(x)$ מתאפס ב- $n+1$ נקודות שונות. נגד.

$$|R_m(x)| = \left| \frac{f^{(n+1)}(\xi)(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!} \right| \quad (II)$$

יחידות: אם ניתן להפחית $-f(x) = P(x) + R(x)$, ומתקיים:

(i) P פולינום ממעלה $n \geq 1$

(ii) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{R(x)}{(x-x_0)^n} = 0$

 $\therefore 510$

P יחיד שיתמיד סתם!
 ומה שתמיד טעור שם f
 נבחר מ במק χ_0

$$\begin{cases}
 P_1(x) + R_1(x) = P_2(x) + R_2(x) \\
 P^*(x) = \underbrace{(P_1(x) - P_2(x))}_{P \text{ פונקט ממשור}} = (R_2(x) - R_1(x)) \\
 P^* = 0 \quad \Leftarrow \quad \downarrow \quad \frac{P(x)}{(x-\chi_0)^n} \xrightarrow{x \rightarrow \chi_0} 0
 \end{cases}$$

דוגמה: נניח שיש לנו פונקציה $f(x) = x \cdot e^x$ ונרצה למצוא את הפולינום $P_{n-1}(x)$ שמייצג את הפונקציה באופן הטוב ביותר עבור $x \in [-1, 1]$.
אז נבחר $\lambda_0 = 0$, ונמצא את $P_{n-1}(x)$ כך שיהיו $n-1$ נקודות שבהן $P_{n-1}(x) = f(x)$.

$$\Rightarrow f(x) = \underbrace{x \cdot P_{n-1}(x)}_{P''(x)} + \underbrace{x \cdot P_{n-1}(x)}_{P''(x)}$$

⚠️ הערה: עבור צורה אפשר להביך מה פונקציית טיזור של e^x בקיר אלס מכר an .