

חדו"א 1

שיעור 1

מזכיר: שירי ארז שטיין - shiri@post.tau.ac.il

ירון אולסטרובר - ostrover@post.tau.ac.il

תחילת סת: חוכמת הגשה (כ-10%)

כתמים: כתמים קטנים + כוחן אלמנט (הטוב ביותר חוכמה) + מבחן סוף

שפת קטנה: ה-moodle, כתובות מכתב

דוגמא הקורס: מספרים $\mathbb{R}$ - $\mathbb{R}^{n \times n}$ סבבות (הקטנות) (טורים) $\leftarrow$ כוחן אלמנט *
פונקציות (לצורות...)

הקורס הזה (כתבו) TCS - TCS כוחן אלמנט!
חוכמת ממש יסומן TCS .

מספרים:

$$\begin{aligned} \mathbb{N} &= \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ - מספרים טבעיים } (N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}) \\ \mathbb{Z} &= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \text{ - מספרים שלמים} \\ \mathbb{Q} &= \{\frac{m}{n} : n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z}\} \text{ - קצוות רציונליות} \\ \mathbb{R} &= \text{מספרים ממשיים} \end{aligned}$$

המספרים החלשיים - $\mathbb{R}$

$\otimes$ $\mathbb{R}$ מוגדר חיבור, וחיסור

$\otimes$ $\mathbb{R}$ מוגדר כפ

$\otimes$ $+$, $-$ מקיימות "אקסיומות של מספר":

קב' F עם שתי פעולות $\circ: F \times F \rightarrow F$ $+: F \times F \rightarrow F$ נקראות **שדה**

אם מתקיים: $(a+b)+c = a+(b+c)$ $a \cdot b = b \cdot a$ $a(b+c) = ab+ac$ $(a+b)c = a(c)+b(c)$ $\forall a, b, c \in F$

1 , 0 : $+$, 1 : $\cdot$ (קיום איבר נייטרלי)

$(5+6)$ אסוציאטיות: $(a+b)+c = (a+(b+c))$ $(ab)c = a(bc)$ $\forall a, b, c \in F$

$(7+8)$ קיום איבר הופכי: $(y = -x)$ $x+y = 0$ $\forall x \exists y$ $(x \neq 0)$
איבר (עצמי): $(y = x)$ $x+y = x$ $\forall x \exists y$

(9) פילוג: $z(x+y) = zx + zy$ $\forall x, y, z \in F$

$$(\mathbb{R} \text{ ist prim}) \Leftrightarrow \mathbb{R} \text{ ist 730 ist prim} \quad (*)$$

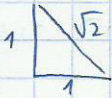
שנה F
נקטו 130 אל מתקיים :

$$\mathcal{M} \models \varphi \leftarrow x=y, \text{ if } x=y \quad \text{if } x \neq y \quad \text{if } x < y \quad \text{if } x, y \in F \text{ for (1)}$$
$$\forall x, y, z \in F : x < z \iff y < z \rightarrow x < y \quad \text{plc : } \underline{\text{transitivit\"at}} \quad (2)$$
$$x+z < y+z \Leftrightarrow x < y \quad x, y, z \in F \text{ sof (3)}$$
$$z \cdot x < z \cdot y \Leftrightarrow x < y \quad : 0 \neq z \in F \quad \neg \quad x, y \in F \quad \text{DS (4)}$$

ת כות ארכימס :

שדה סגור (F) מקיים חוקי פאסל: $\forall x \in F, n \in \mathbb{N}, x < n \rightarrow 0$

אלק ב' ואת השלמות:


$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2 \quad \text{für } n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z} \quad p \nmid p \text{ kof} : \text{DAG-}$$

הוכחה: נניח שהפונקציה f היא רגולרית. נניח $m \in \mathbb{N}$ ו- $n \in \mathbb{N}$. נניח $f(x) = \frac{m}{n}$.

לרוב מחזקים משתמשים (בני הערות רבניות). נניח $\frac{m^2}{n^2} = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$

משפט פיתגורס - n^2 וקובע: $m^2 = 2n^2$: m חסר, m חסר

ע"כ נ"ה $m \in \mathbb{N}$ וכן $m^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 \Leftrightarrow m = 2k+1$ ו"ע, ו"ע

$$2n^2 = m^2 = (2k)^2 = 4k^2 : 2$$

$$n^2 = 2k^2$$

Sich $k \in \mathbb{Z}$ so dass $m=2k$ mit $\text{ggT}(m,n)=1$

מכאן, היות שרמיוסו צ"ח. פ"ח ה"ח צ"ח!

15 כתיבה נכון שהנתון שהיחס $\frac{m}{n}$ הוא שבר מצומצם.

□ $(\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}) \Leftrightarrow \left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2 \rightarrow$ קיים $n \neq 0$ כך ש- $m^2 = 2n^2$



3 "פוסד" -

$$B = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 > 2\}, \quad A = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 2\}$$

אם $a < b$ אז $b \in B$ אז $a \in A$ (אם $a < b$ אז $b \in B$ אז $a \in A$)

$$\forall b \in B: x \leq b \quad \neg \forall a \in A: a \leq x \quad \Rightarrow \exists x \in B \text{ p.p.kd.} \quad \underline{\text{Satz 1.10}}$$

תוכנית: איזו ה־ X כזה ישן מן 2 אפשרויות: $\underbrace{X^2 < 2}_{A \rightarrow 0}$ וכן $\underbrace{X^2 > 2}_{B \rightarrow 0}$

כאן האפסות $x^2=2$ של הסעיף הקודם)

• $y \in B$ וכן $y = x - \frac{c}{2x} < x$ (וב) $0 < c$ ומעבר $x^2 = a + c$ כל x , $x^2 > a$ - (ג) וכן

1) $\forall x \in B$ $\exists y \in B$ $x \leq y$ $\Leftrightarrow y^2 = (x - \frac{c}{2x})^2 = x^2 - c + \frac{c^2}{4x^2} = 2 + \frac{c^2}{4x^2} > 2$

$y = x - c$ (משוואת המישור) $0 < c$ (מרחק) $x^2 = a - c$ $x < a \in A$ $p \cap q$ של $x^2 < 2$ $p \cap q$ של $x^2 < 2$ $p \cap q$ של $x^2 < 2$

$$y^2 = (x-c)^2 = x$$