

12/4/15

תזכורת: לפני מסה רציט אחריה משטח פונקציות

הרמוניות ב- $\mathbb{T}$: אם $f \in L_1(\mathbb{T})$ אז $(P_r * f)(t) = u(re^{it})$
 פונקציה הרמונית ו- $f(t) = \lim_{r \rightarrow 1} u(re^{it})$ כחול או t .

במצב מיוחד יותר מזה -

משטח או $f \in L_1(\mathbb{T})$ ו- $a \in \mathbb{T}$ כך ש- $(P_r * f)(t) \rightarrow f(a)$ כאשר $t \rightarrow a$ (אם f רציפה ב- a)
 סקנר במרחב, אפי' משטח אפי' ממשותף [למשל $F(t) = \int_{-\infty}^t f(s) ds$ גזירה כחול]
 בכל מקום ו- $F'(t) = f(t)$, כחול בכל מקום ו' התכנסות נקודתית.

כבר גילינו הכנה: ו' התכנסות של $f(a) \rightarrow (f * P_r)(a)$ * יחידה אפי' (אם f רציפה ב- a)
 של f , (וספציות אברסן בואסן $P_r(t) = \frac{1-r^2}{1-2r \cos t + r^2}$, אז $Q_r(t) = \frac{\sin t}{t} P_r(t)$ יחידה
 אפיוקסמיתר השולית. כחול נכח אפיוקסמיתר המשטח החור כחול:

הוכחה כחול, טפל אפיוקסמיתר $a=0$, וכן אפיוקסמיתר $a=0$ - כך רעל ~~הוכחה~~
 $\int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt = f(0) = 0$, ו- f נחמכת אפיוקסמיתר $[-1, 1]$, אפיוקסמיתר
 טפל אפיוקסמיתר f כחול.

צריך להוכיח $(f * P_r)(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) P_r(t) dt$ כחול, כחול $\lim_{r \rightarrow 1} \frac{F(r)}{r} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt$
 קיים ושווה $f(0)$. חקרנו כל כך יפה את התכנסות,

אז נחש אפיוקסמיתר בחלקים: $P_r(t) = P_r(-t) = \frac{1-r^2}{1-2r \cos t + r^2}$ אז
 $(P_r * f)(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_r(t) f(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) P_r(s) P_r(t) ds dt$

אז אפיוקסמיתר אפי' שזל וכן (פונקט) טפל אפיוקסמיתר סדר
 אפיוקסמיתר אפי' שזל וכן טפל אפיוקסמיתר אפיוקסמיתר $f(t)$

ב- $f^e(t) = \frac{f(t) + f(-t)}{2}$ וקבל $(P_r * f)(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_r(s) f^e(s) ds$
 מה כחול באפיוקסמיתר הפונקט? כחול

$\frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt$, או $\frac{1}{2} \left[\int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt - \int_{-\pi}^{\pi} f(-t) dt \right]$, כחול כחול
 $(P_r * f)(0) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_r(s) F(s) ds$ לכן קיבלנו

רעל, כחול שפ'ים אחר, חשים חוקים-פוקוס: זה כחול כחול
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Q_r(s) \frac{F(s)}{s} ds$ פונקציה רציפה ומחולת

כי חקרנו ש- $f(0) = 0$ מה אפי' $\frac{F(s)}{s}$? 2 נקודות חולות
 אפיוקסמיתר נקי אפיוקסמיתר $s=0$ אפי' F כחול

$\hat{f}(0) = 0$ בין 1 ל- π ובין π ל-1 - וכן אין מה לראות
 אולי אינטגרליות ה- π ל- $\pm$ נרצה לחזק רציפות ה-0 ואולי את
 האקסיומ: $f(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{2s} F(s) \rightarrow f(0)$ וכן יש רציפות ה-0 ואכן

$$f(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{2s} \int_{-s}^s \frac{F(s)}{2s} ds \rightarrow f(0)$$

אין להיפרט מהרצחות האלו? כא f כולית אפשר להחליף

ה- $f(a+t) = f(a-t)$ ואנחנו $a=0$. עכשיו נבדוק $g_1 = g - g_1$ ו- $g_2 = g - g_1$
 א- g_2 נק' רציפות ה-0 ופירט יש התכנסות $\lim_{t \rightarrow 0} g_2(t) = 0$ (אולי $(P_r * g_2)(0)$).

ומספיק להוכיח א- g_1 שמתמכת על $[-1, 1]$. כעת אם את

g_1 נוכל לחלק אמוקציה ~~היא מתמכת על $[-1, 1]$~~ ו- $g_3 = g_1 - g_2$. אז g_3
 הריה רציפה ויש התכנסות טקונית א-ס ו- g_4 ~~היא מתמכת על $[-1, 1]$~~

~~היא מתמכת על $[-1, 1]$~~ מקיים את תנאי המקרה הקודם, אם g_3 נבחר כך ל- $g_3(0) = 0$.
 למעשה, כ- g_3 נוכל לבחור כך $g_3 \in C_c^\infty$ כך ל- $g_3(0) = 0$.
 ו- g_4 מתמכת על $[-1, 1]$. למשל  ה- g_4 תחזיק

יש משפט דומה אולי התכנסות טקונית של g_4 קונבולוציה של פונקציה

1. אם ארעין Fejér שנותן התכנסות במהלך כל מקום, אולי
 התנאי צריך להיות קצת חזק יותר.

נניח במאמר נלכידת אקוים של התכנסות טקונית. נזכור שסכום
 חלקי $\sum_{n=-N}^N f(n) e^{int}$ זה העצם קונבולוציה של f עם $D_N = \frac{\sin((N+\frac{1}{2})t)}{\sin(\frac{1}{2}t)}$.
 והקונבולוציה $f * \sigma_N$ זה פשוט סכימת ציזארו שלו, P_r זו סכימת
 אולי שלו. P_r יחידות אפרוקסימטיות אולי D_N כבר לא!