

W12 D1
7/6/15

אנליזת הרמוניות

ה"נ באמצע הוכחה של משפט ראשון של פארה-וינר: $F \in A(\Gamma_+)$. כל

$\|F_y\|_{L_2} \leq C$ ו- $\lim_{y \rightarrow \infty} \|F_y\|_{L_2} = 0$ נ"ח $F_y(x) = F(x+iy)$ ו- $y > 0$
 אז קימור $f \in L_2(\mathbb{R})$ כך $F(z) = \int_0^\infty f(t) e^{itz} dt$ ו- $\|f\|_{L_2} \leq C$
 ראוי שהיין המסך F נכון: כל מהצורה הזו... ברור,
 $\sup_{y>0} \|F_y\|_{L_2} = \|f\|_{L_2}$

ק'ב"נ: לכל $0 < b < B < \infty$ מתק"פ $e^{itb} (\widetilde{F}_B)(t) = e^{itB} (\widetilde{F}_B)(t)$ במ"ח,
 לכל t נבחר $f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-it} (\widetilde{F}_1)(t)$ לכל $y > 0$ נבחר

$\widetilde{F}_y = \widetilde{F}_y$ אז כל פונקציה $\|g_y\|_{L_2} = \|\widetilde{F}_y\|_{L_2}$ כל מה
 שראינו למחר $g_y(t) = f(t) e^{-ty}$ במ"ח אז t באומר $g_y = \sqrt{2\pi} e^{-ty} f$
 אכן $\int_{-\infty}^\infty e^{-2ty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^\infty |f(t)|^2 dt$ נקרא $\int_{-\infty}^\infty e^{-2ty} |f(t)|^2 dt \leq C^2$

נשאל מה קרה ונקרא $\int_{-\infty}^\infty |f(t)|^2 dt = 0$ וכן $f(t) = 0$
 במ"ח לכל y שלילי. בקומה, לכל $y > 0$ נקרא $\int_{-\infty}^\infty e^{-2ty} |f(t)|^2 dt \leq C^2$
 נראה של פארה $\int_{-\infty}^\infty |f(t)|^2 dt \leq C^2$ כל מהצורה הזו.

משפט שני:
 כל $f \in L_2(-A, A)$ $F(z) = \int_{-A}^A f(t) e^{itz} dt$ $A < \infty$ ו- $f \in L_2$
 כמו קודם אפשר להחליף סדר אינטגרציה על פני מיליות סדורות, וכן
 ברור $F \in A(C)$

נשים לב $|F(z)| \leq \int_{-A}^A |f(t)| e^{A|z|} dt \leq C e^{A|z|}$ סוגיות - exponential
 type A כל המסך השני באומר:

כל $F(z) \in A(C)$ ו- $|F(z)| \leq C e^{A|z|}$ $\int_{-\infty}^\infty |F(x)|^2 dx < \infty$ אז קימור
 $F(z) = \int_{-A}^A f(t) e^{itz} dt$ ו- $f \in L_2(-A, A)$

הוכחה נבחר $(f-x)$ נחשב $\varphi(x) = F(x)$ ו- $f = \sqrt{2\pi} \varphi$ היינו חזקים
 ו- $\varphi \in L_2$, אבל נכון לנו רק שהיא ב- L_2 $\int_{-\infty}^\infty |F(x)|^2 dx < \infty$
 ובנוסף $|t| > A$ זה יתאפשר אבל % למחצה נחליף
 $\varphi(x) e^{-\epsilon|x|}$ ראוי שהאינטגרל הקטן חזק בן מרחבים:

(מקרה המיוחד $\text{Im } z < 0$) $H_+(z) = \int_{-\infty}^\infty F(x) e^{ixz} dx \in A(\Gamma_-)$

$$H_-(z) = - \int_0^\infty F(x) e^{-ixz} dz \in A(\Gamma_+) - \int \text{עם נפון אורח הרקור נפון}$$

$$H_+(z) = \int_0^\infty (\varphi(x) e^{sx}) e^{-ixz} dx = \widehat{(\varphi(x) e^{sx})}_{\substack{L_2 \\ L_\infty}}, z = t + is, \quad s < 0 \quad \text{קטן בלש}$$

$$L_2 \text{ ונחשב } \int_0^\infty \varphi(x) e^{sx} dx, \quad L_2 \xrightarrow{L_1} L_2 \xrightarrow{L_2} L_2 \quad \text{על פניו פוריה}$$

$$\int_0^\infty \varphi(x) e^{sx} dx = \sqrt{2\pi} \widehat{\varphi}_{[0,\infty)} \quad \text{אורח הרקור נפון} \quad H_- \quad \text{בלש } s < 0 \quad \text{ולו}$$

$$H_+(t-is) - H_-(t+is) \xrightarrow{s \rightarrow 0^+} 0 \quad \text{בלש } H_+ \quad \text{בלש } H_-(t+is) \xrightarrow{s \rightarrow 0^+} -\sqrt{2\pi} \widehat{\varphi}_{[0,\infty)}$$