

מיון המהיר

מהירות Quick Sort יחסית למהירות מיון

$$O(n \log n)$$

מהירות מיון Quick Sort יחסית למהירות מיון

$$O(n \log n)$$

מהירות מיון

Average case מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

$$\Omega(n \log n)$$

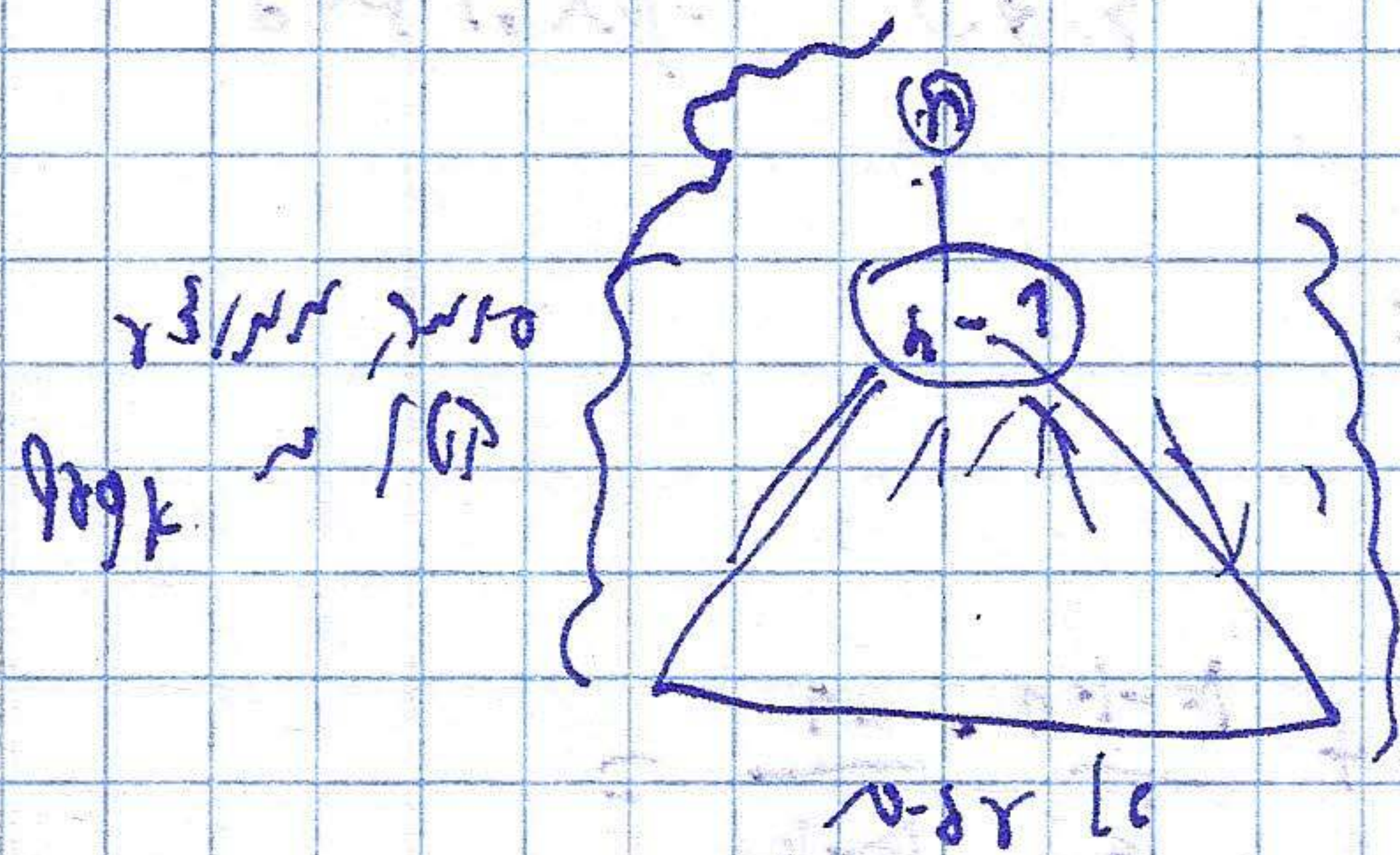
הוכחה במקרה

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון



מהירות מיון
מהירות מיון
מהירות מיון
 $\log k$

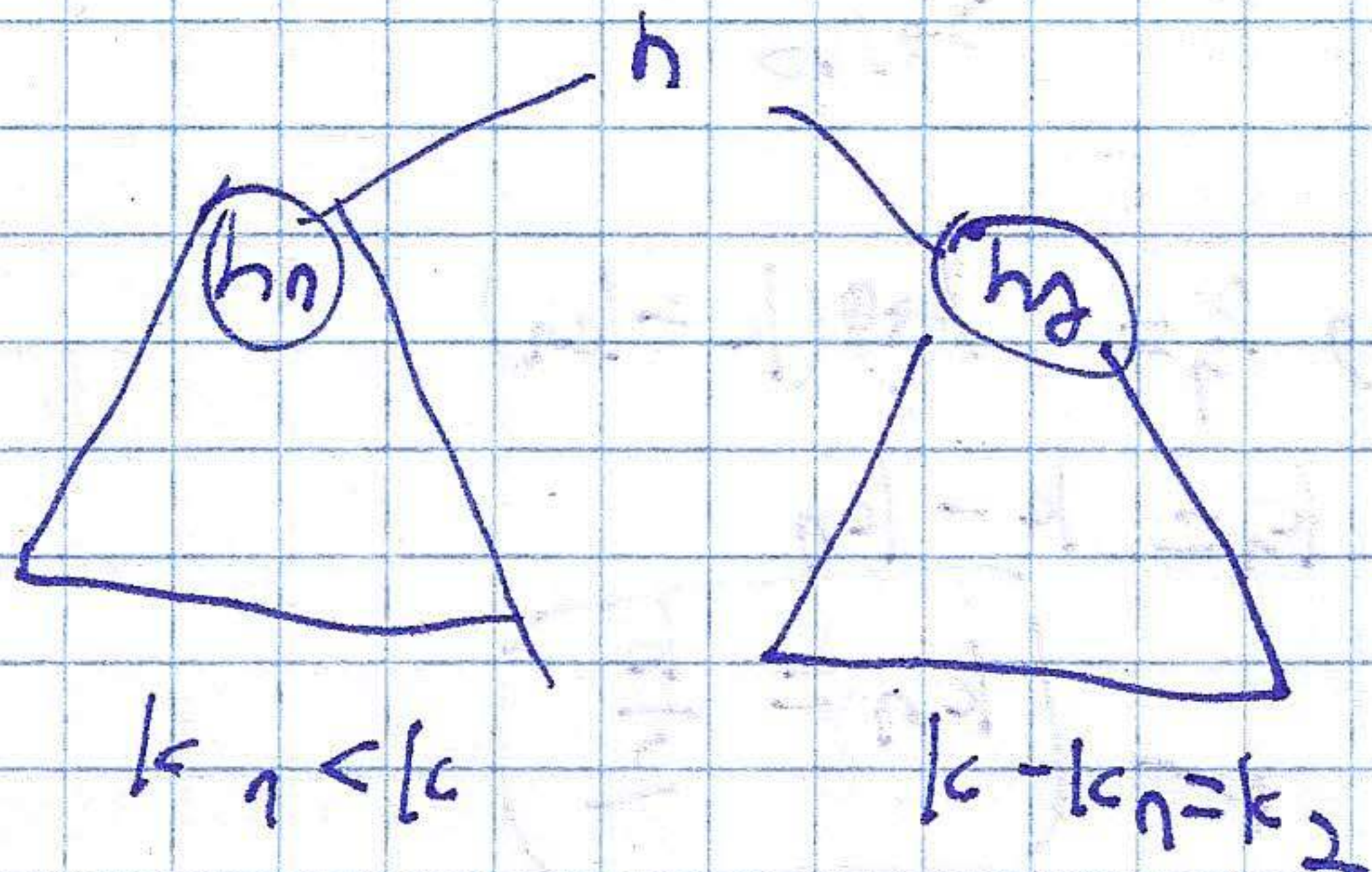
מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון



מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

$$\frac{k_1}{k_1+k_2} \log k_1 + \frac{k_2}{k_1+k_2} \log k_2 + 1$$

מהירות מיון מהירות מיון מהירות מיון

הוכחה של אי-שוויון

$$\frac{k_1}{k_1+k_2} \log k_1 + \frac{k_2}{k_1+k_2} \log k_2 + \gamma$$

הוכחה של אי-שוויון

$$k_2 = 1 - k_1$$

הוכחה של אי-שוויון

הוכחה של אי-שוויון

הוכחה של אי-שוויון

הוכחה של אי-שוויון

הוכחה של אי-שוויון

$$\frac{k}{2} = k_2 = k_1$$

הוכחה של אי-שוויון

$$\begin{aligned} & \geq \frac{k_1}{k} \log k_1 + \frac{k_2}{k} \log k_2 + \gamma = \log \frac{k_1}{k} + \gamma = \\ & = \log k - \gamma + \gamma = \log k \end{aligned}$$

$$k_2 = k - k_1$$

$$\left(\frac{k_1}{k} \log k_1 + \frac{k-k_1}{k} \log (k-k_1) + \gamma \right)' =$$

$$= \frac{k_1}{k} \cdot \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k} \log k_1 + \frac{k-k_1}{k} \log (k-k_1) + \frac{k-k_1}{k} \cdot \frac{-1}{k-k_1} =$$

$$= \frac{1}{k} \left(\log k_1 - \log (k-k_1) \right) =$$

$$= \frac{1}{k} \left(\log \frac{k_1}{k-k_1} \right) \geq 0$$

$$\log \frac{k_1}{k-k_1} \geq 0$$

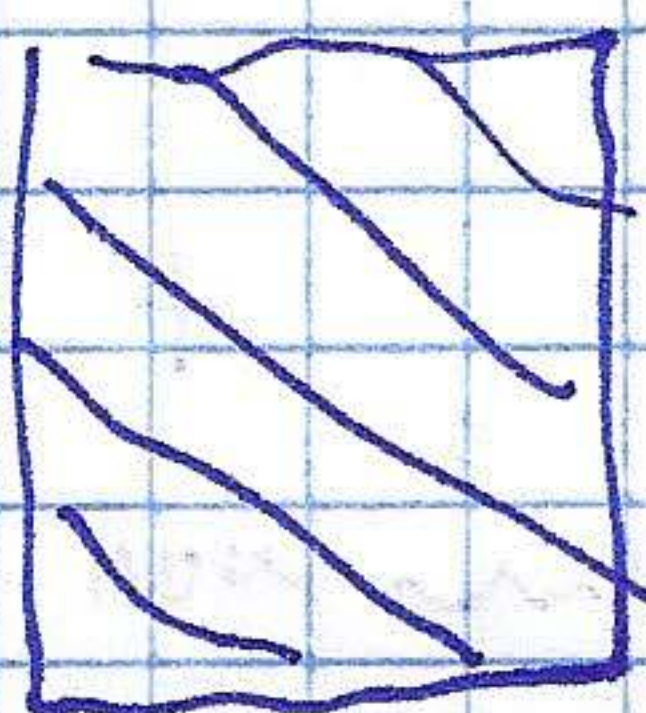
$$\log k_1 = \log (k-k_1)$$

$$k_1 = k - k_1$$

$$k_1 = \frac{k}{2}$$

הוכחה של אי-שוויון

הוכחה של אי-שוויון



BIN/RADIX Sorting

האם ניתן לסדר $O(n \log n)$?
 מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

בדיוק : 1

אם $A[i]$ מופיע $B[i]$ פעמים

B היא מערך של $0 \dots h-1$ ו- $O(h)$

$$B[A[i].key] = A[i]$$

האם ניתן לסדר $O(n \log n)$?
 מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?
 מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

יש B כמערך של $0 \dots h-1$ ו- $O(h)$

האם ניתן לסדר $O(n \log n)$?

2. Count Sort

במערך $A[1 \dots h]$ מופיע $1 \dots k$ ו- $h \leq k$

כמה פעמים מופיע $1 \dots k$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

3

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

מהירות ממוצעת של $O(n \log n)$?

~~BINS~~
(BINS)

מיון בצינור

BIN Sorting

מיון צינור

מיון צינור

Bin

Bin

מיון צינור

$O(n)$

$O(n)$ Concat Bins

מיון צינור

מיון צינור

$O(n+m)$ $O(h)$ $O(h)$

מיון צינור

$O(h)$ $O(m+h)$ $h > m$

$m > h$

$O(h) < O(h+m)$

$O(n \log n) < O(n^2) = O(n+m)$

מיון צינור

מיון צינור

מיון צינור

מיון צינור

מיון צינור

BINSort

מיון צינור

מיון צינור

מיון צינור

BIN Sort
Radix Sort

שם של המסד

$$i = 10a + b, \quad j = 10c + d$$

$$i < j$$

אם $a < c$ אז $i < j$ כי $10a + b < 10c + d$

אם $a = c$ אז $i < j$ כי $b < d$

$$a = c, \quad b < d \implies i < j$$

אם $a > c$ אז $i > j$ כי $10a + b > 10c + d$

$$a = c, \quad b < d \implies i < j$$

$$i < j \implies 10a + b < 10c + d$$

המסד הוא

המסד הוא $1, 2, \dots, k$

המסד הוא k

המסד הוא k

המסד הוא k

$$h = 100 = k$$

BIN Sort

$$h < 1000$$

$$h < 1000$$

$$h < 1000$$

Radix Sort

$f_1, f_2, \dots, f_k$ numbers to numbers
 digits / bits 10's / 2's 10's / 2's
 numbers $(a_1, \dots, a_k) < (b_1, \dots, b_k)$ numbers
 $a_1 < b_1$

$a_1 = b_1 \text{ and } a_2 < b_2$ (2)

$a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 < b_3$ (3)

$\forall i < k, a_i = b_i, a_k < b_k$ (k)

$f_1, f_2, \dots, f_k$ ~~digits~~ BIN Sort digits
 $f_1, f_2, \dots, f_k$ 10's / 2's ... 10's / 2's 10's / 2's

(Radix Sort) numbers

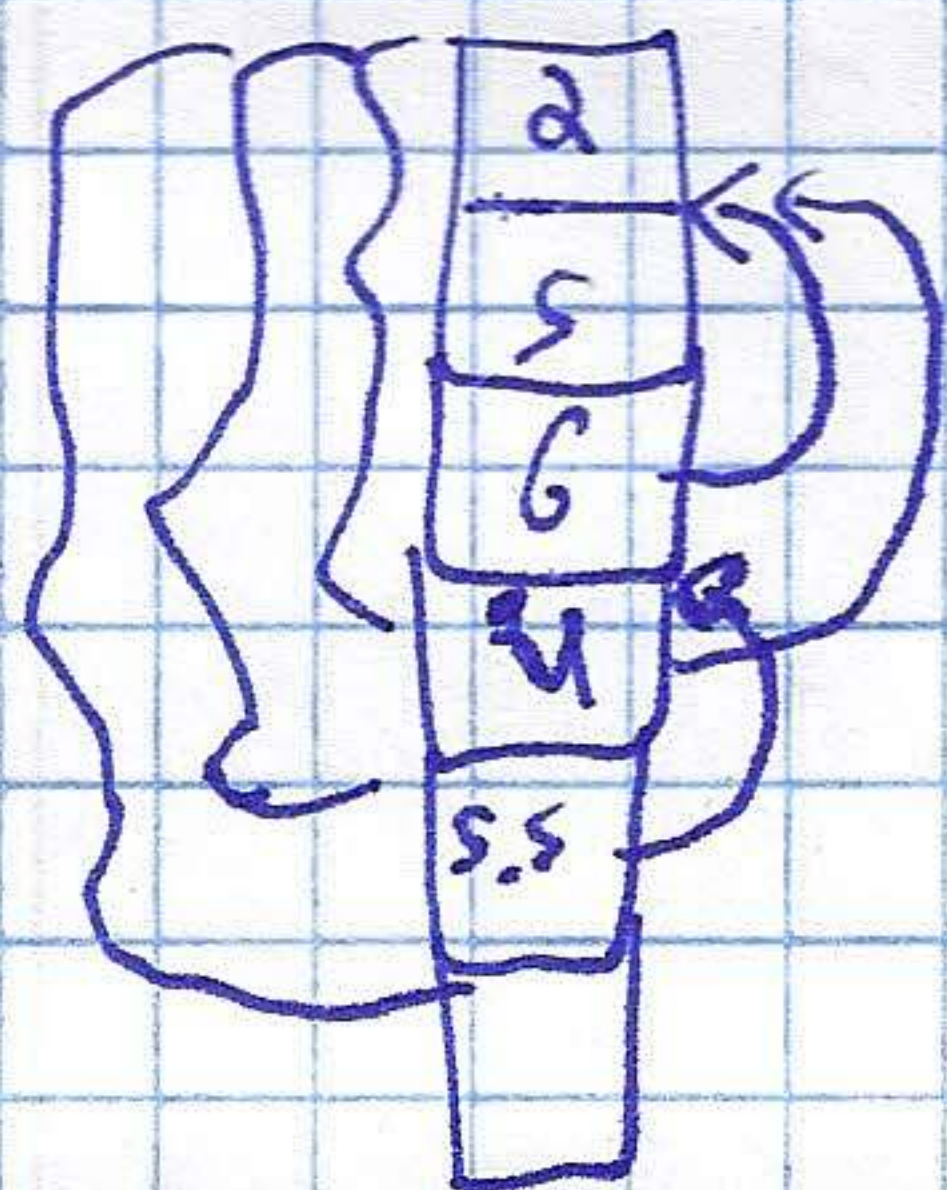
numbers numbers numbers
 (numbers / 10's / 2's)

numbers numbers numbers
 "Inversions" numbers numbers

numbers numbers numbers
 $a_j > a_i$ numbers numbers
 a_i numbers numbers

numbers numbers numbers
 numbers numbers numbers

Insertion Sort



numbers numbers numbers
 numbers numbers numbers

numbers numbers numbers
 numbers numbers numbers

$$\sum_{j=1}^k I_j + h = I + h$$

numbers

numbers numbers numbers numbers numbers
 $I = \Omega(n^2)$ numbers numbers numbers numbers

Finger red-black trees

for insertion and deletion

can be done in $O(h)$ time

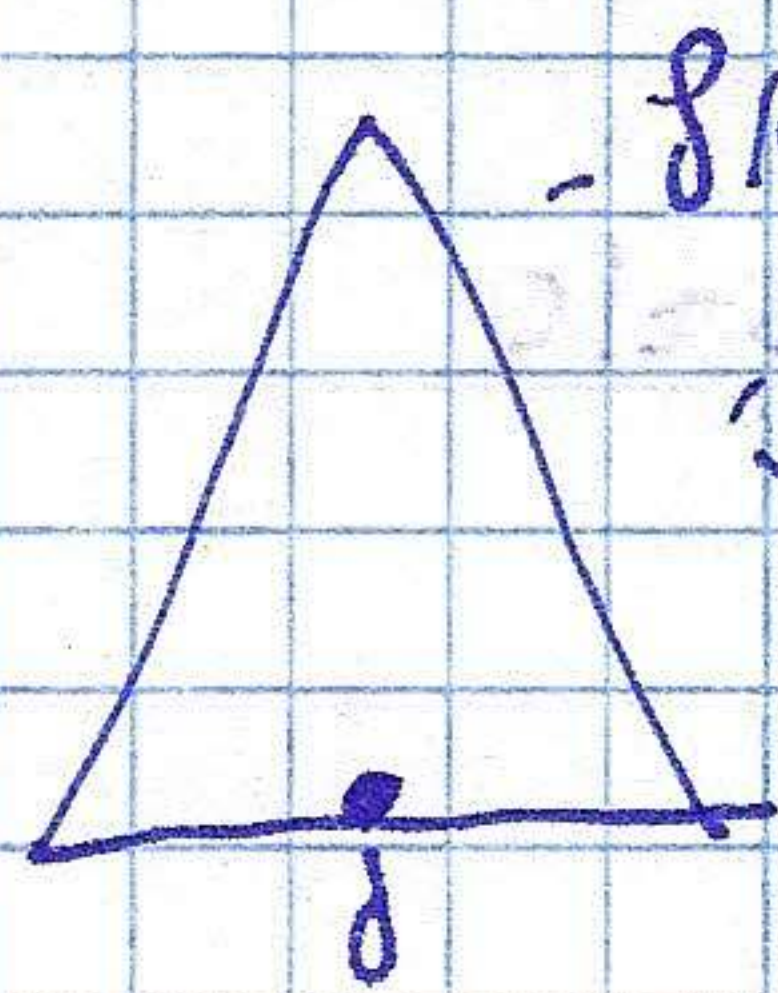
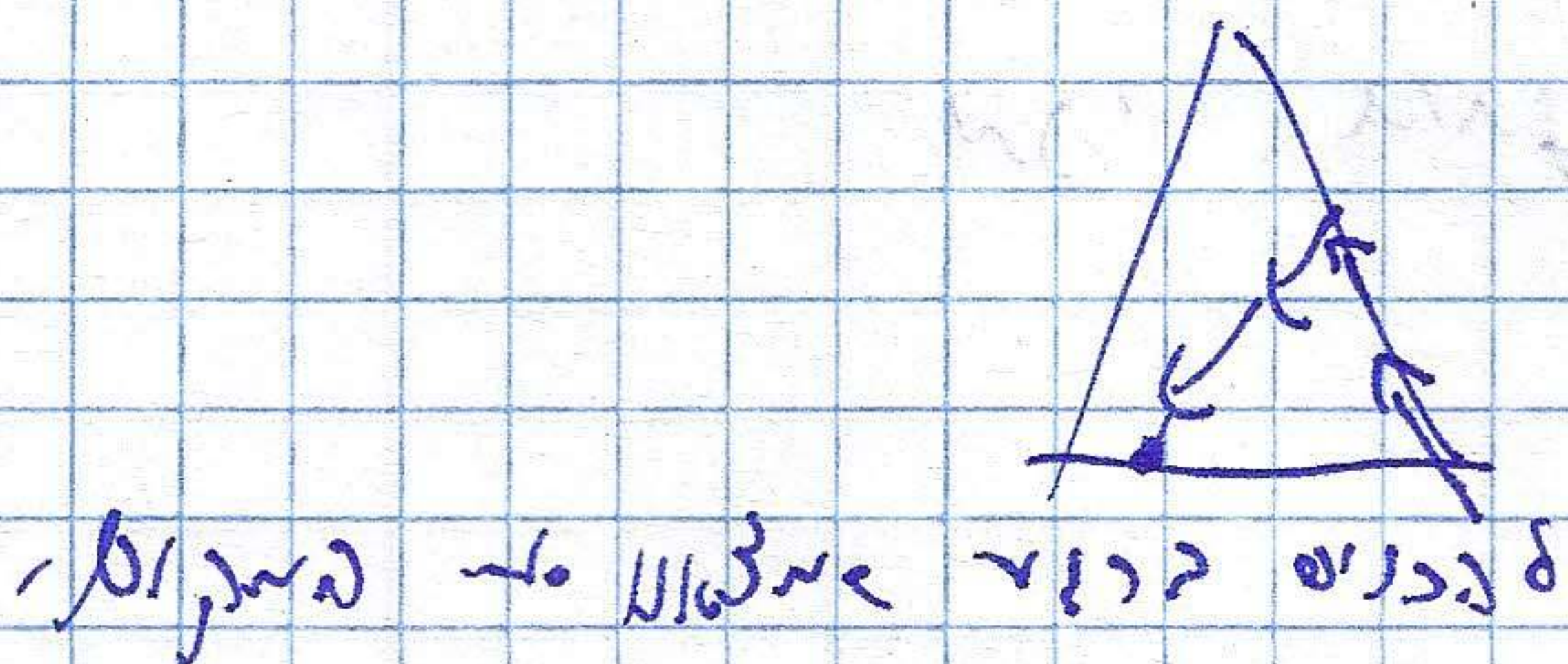
the number of nodes is $O(n)$

insertion
deletion
search

Amortized $O(1)$

$O(h)$ for insertion

for deletion



the number of nodes is $O(n)$

the number of nodes is $O(n)$

$\log$ for search

$\log$ for search

Amortized $O(1)$

insert

F RB Tree

insertion sort

the number of nodes is $O(n)$

$$d_k = O(I_k)$$

the number of nodes is $O(n)$

$$T = O(n) + \sum_{k=1}^n \log(I_k)$$

the number of nodes is $O(n)$

the number of nodes is $O(n)$

Insertion Sort

the number of nodes is $O(n)$

W.C. $h \log h$

or $O(n \log n)$

the number of nodes is $O(n)$

$$\sum_{k=1}^n \log(I_k) \leq \sum_{k=1}^n \log k = n \log n$$

$$\sum I_j = I$$

the number of nodes is $O(n)$

the number of nodes is $O(n)$

$$\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{h} \geq \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n q_i}$$

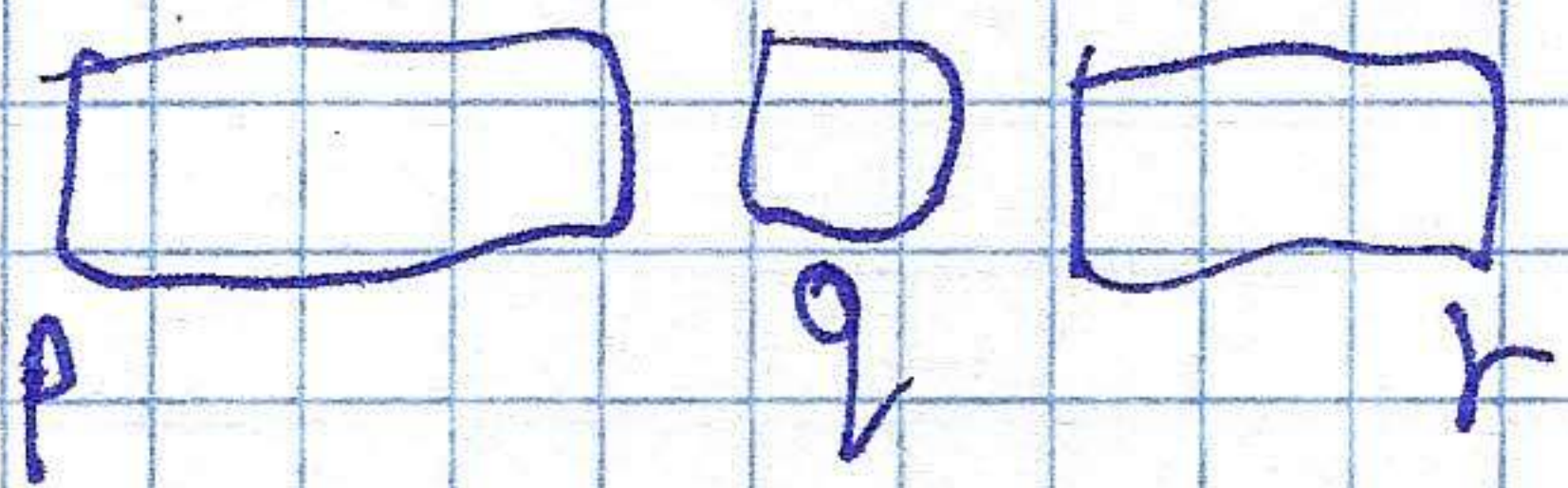
the number of nodes is $O(n)$

$$O(h) + \sum_{k=1}^n \log I_k = O(n)$$

$$O(h + n \log \frac{I}{h}) \leq O(n \log \frac{I}{h})$$

$$\log \left(\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{h} \right) \geq \log \left(\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n q_i} \right) = \frac{\log \prod_{i=1}^n q_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \log q_i}{n}$$

$$= O(h + h \log \frac{I}{h})$$



מספר דיונים

מספר דיונים

$$k = A[p, q] \quad \text{או} \quad X_k = 1$$

$$T(n) \leq O(n) + \sum_{k=1}^n X_k T(\max(k-1, n-k))$$

המספר של דיונים שבהם המספר הקטן הוא k הוא X_k .
המספר של דיונים שבהם המספר הקטן הוא k הוא X_k .

$$E[T(n)] \leq O(n) + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E[T(\max(k-1, n-k))]$$

$$E[X_k] = \frac{1}{n}$$

$$E[T(n)] \leq O(n) + \frac{1}{n} \sum_{k=\lfloor n/2 \rfloor}^{n-1} E[T(k)]$$

המספר של דיונים שבהם המספר הקטן הוא k הוא X_k .

$$E[T(n)] \leq ch \quad \text{אם} \quad E[T(k)] \leq ck \quad \text{עבור} \quad c > 0$$

$$E[T(n)] \leq O(n) + \frac{2}{n} \sum_{k=\lfloor n/2 \rfloor}^{n-1} E[T(k)] \leq$$

$$\leq a \cdot n + \frac{2}{n} \sum_{k=\lfloor n/2 \rfloor}^{n-1} ck = a_n + \frac{2c}{n} \left(\sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} k \right) =$$

$$= a_n + \frac{2c}{n} \left[\frac{n(n-1)}{2} - \frac{\lfloor n/2 \rfloor (\lfloor n/2 \rfloor - 1)}{2} \right] \leq$$

המספר של דיונים שבהם המספר הקטן הוא k הוא X_k .

המספר של דיונים שבהם המספר הקטן הוא k הוא X_k .

$$\leq a_n + \frac{2c}{n} \left[\frac{n(n-1)}{2} - \frac{(n/2-2)(n/2-1)}{2} \right]$$

$$\leq a_n + \frac{c}{n} \left(\frac{3n^2}{4} - \frac{n}{2} - 2 \right) \leq a_n + \frac{3}{4}cn =$$

$$= cn - \left(\frac{cn}{4} - a_n \right) \leq cn = O(n) !!!$$

$$c \geq 4a$$