

סיבוכיות

ארזים ©

10 במרץ 2016

1 מכונת טיורינג עם אורקל

הגדרה 1.1 מ"ט עם אורקל M^A היא מ"ט עם שלושה מצבים מיוחדים: $q_{query}, q_{yes}, q_{no}$ וסרט שאילתא. כשהמכונה נכנסת למצב q_{query} היא עוברת (תוך צעד אחד) למצב q_{yes} אם תוכן סרט השאילתא שייך ל- A ו q_{no} אחרת.

הגדרה 1.2 C^B מחלקת השפות שניתן להכריע בעזרת מכונה מ- C עם אורקל ל- B . עבור C_1 שהיא קבוצה של מכונות טיורינג ו C_2 קבוצה של שפות

$$C_1^{C_2} = \bigcup_{B \in C_2} C_1^B$$

1.3 הערה

$$\text{DTIME}(t(n)) = \{A \mid \text{there exists a TM which decides } A \text{ and runs in } t(n) \text{ time}\}$$

1.4 משפט

$$\text{DTIME}(t(n)) \subsetneq \text{DTIME}(T(n))$$

אם $t(n) \log t(n) = o(t(n))$ ושניהם $t.c$.

1.5 הגדרה

$$P = \bigcup_{c=1}^{\infty} \text{DTIME}(n^c)$$

תרגיל הראו כי $P^P = P$

הוכחה: $P \subseteq P^P$: ברור. תהי $A \in P$. יש ל A מכונה M שמכריעה אותה בזמן פולינומי. M היא גם מכונה עם אורקל שמתעלמת מהאורקל.

תהי $A \in P^P$. קיימת מ"ט M שרצה בזמן n^c ושפה $B \in P$ כך שהמכונה M^B מכריעה את A . נבנה מכונה M_1 שרצה בזמן $O(n^d)$ שמכריעה את A . קיימת מכונה M' כך ש- M' מכריעה את B וזמן הריצה של M' הוא $n^{c'}$. M_1 מסמלצת את M^B . בכל שאילא של M ל M_1, B עוצרת את הסימולציה, מריצה את M' על תוכן סרט השאילתא של M^B ומעבירה את M^B למצב הנכון. ברור ש M_1 מכריעה את A .

זמן_ריצה: $n^c \cdot (n^c)^{c'} < n^{O(c \cdot c')}$

■

2 מכונת טיורינג חסומת זיכרון

מכונת טיורינג עם מגבלת זיכרון $s(n)$ היא מכונה M עם שלושה סוגי סרטים.

- מרט קלט (לקריאה בלבד).
- סרט הפלט (לכתיבה בלבד)
- סרטי העבודה.

בנוסף, בסרטי העבודה נרשה להשתמש בכלל היותר $s(n)$ תאים.

תרגיל: $G = (V, E)$ גרף לא מכוון. הקוטר של G $\text{diam}(G) = \max_{s,t \in V} \{\text{dist}(s, t)\}$. יהי $D \in \mathbb{N}$. $A = \{G \mid \text{diam}(G) \leq D, n \text{ vertices}\}$. הוכיחו כי $A \in \text{DSPACE}(\mathcal{O}(\log n \log D))$.

הוכחה: מספיק לוודא עבור כל זוג קודקודים u, v ש $\text{dist}(u, v) \leq D$ בזכרון $\mathcal{O}(\log \log n)$ כי אז אפשר לעבור על כל זוגות הקודקודים. נקבע u, v . נחשב יחס $\text{Reach}(s, t, k)$ האם קיים מסלול מ s ל t באורך לכל היותר k . אנו רוצים את $\text{Reach}(u, v, D)$.

טענה 2.1

$$\text{Reach}(u, v, D) \bigvee_w \text{Reach}\left(u, w, \frac{D}{2}\right) \wedge \text{Reach}\left(w, v, \frac{D}{2}\right)$$

ברקורסיה מחשבים את $\text{Reach}(u, w, \frac{D}{2})$, $\text{Reach}(v, w, \frac{D}{2})$ עד שמקבלים מסלולים באורך 1 ואז מחשבים ישירות. יש בסה"כ $\log D$ רמות. בכל רמה צריך לשמור $\mathcal{O}(\log n)$ מידע (את ה w הנוכחי, איזה ענף בעץ). **סה"כ:** $\mathcal{O}(\log n \log D)$.

■