

5/22/

13210 to 1730

3f_n : 0.96

$$\therefore z \in D \Rightarrow z' = 1$$
$$\overline{D_2, \psi_2} \subset D, \text{ 'SK}$$

KCD : $\leftarrow$

$$K \subseteq \bigcup_{z \in K} D_z$$

свирь и

GF. $E \rightarrow 0$ 'n'

Ex: P²7w

1. N_n קרן

לזכר פוקס'ל - (א' מ' ע) 002/051

נ"י $\sum f_n(z)$

אם ק"מ מסוג $\sum M_n$ (כאן M_n הוא מספר) $|f_n(z)| < M_n$ $\sum M_n < \infty$ $\sum f_n$ מתכנס בהם מקומות (אם לא).

תוצאה: הוכחה סימטרית $\sum \left(\frac{z-1}{z+1}\right)^n$

מתכנס בהם מקומות $H = \{z \mid \operatorname{Re} z > 0\}$ $\operatorname{Re} z > 0$ $\operatorname{Re} z > 0$.

בתנאי: $|f_n(z)| < M_n$ $\sum M_n < \infty$ $\sum f_n$ מתכנס בהם מקומות.

כאן, יש מרחק בין z אל 1 $\operatorname{Re} z > 0$ $\operatorname{Re} z > 0$.

כלומר, $|f_n(z)| < q^n$ $q < 1$ $\operatorname{Re} z > 0$.

אז, $|f_n(z)| < q^n$ $q < 1$ $\operatorname{Re} z > 0$ $\operatorname{Re} z > 0$.

חלף, אם קיטוריו $\sum \left(\frac{z-1}{z+1}\right)^n$ מתכנס בהם H H .

$$\sum \left(\frac{z-1}{z+1}\right)^n = \frac{1}{1 - \left(\frac{z-1}{z+1}\right)} = \frac{z+1}{2}$$

יש מתכנס בהם H H .

ואכן יש מתכנס בהם מקומות.

הצגה:

$$\sum \frac{1}{n^2}$$

$$u = \{ \operatorname{Re} z > 1 \}$$

כאן

הערה

הצגה:

$$n^2 = n^x \cdot n^{iy}$$

$$z = x + iy, z \in u$$

$$|n^2| = n^x$$

הערה

הערה

הערה

$$a = \min_{z \in K} \operatorname{Re} z > 1$$

$$|n^z| = n^{\operatorname{Re} z} \geq n^a$$

$$\frac{1}{|n^z|} \leq \frac{1}{n^a}$$

אם

$$\sum \frac{1}{n^a} < \infty$$

$$\sum \frac{1}{n^2}$$

הערה

הערה

הערה

Let $a_n \in \mathbb{C}$, $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-1)^n$ 1936, 212

$\frac{1}{R} = \limsup_{n \rightarrow \infty} |a_n|^{\frac{1}{n}}$ 1936, 212

$R = \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n|^{\frac{1}{n}}$ 1936, 212

$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-1)^n = R$

$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} z^n$ 1936, 212

$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} z^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 1936, 212

$|z| < 2 \Rightarrow |z/2| < 1$ 1936, 212

$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} z^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 1936, 212

$|z| < 2 \Rightarrow |z/2| < 1$ 1936, 212

$\frac{1}{2} = |z/2|$ 1936, 212

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sin(2n) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sin(2n) = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sin(2n) = 0$

$\limsup_{n \rightarrow \infty} |\sin(2n)|^{1/n} = \limsup_{n \rightarrow \infty} (|\sin(2n)|^2)^{1/2n}$

$|\sin(2n)|^2 = \cos^2 y - \cos^2 x = \sin^2 x + \sinh^2 y$

$\sinh y = \frac{e^y - e^{-y}}{2}$

$e^{y/2} - \frac{1}{2} \leq |\sinh y| \leq e^{y/2}$

$\limsup_{n \rightarrow \infty} (|\sin(2n)|^2)^{1/2n} = \limsup_{n \rightarrow \infty} (\sin^2 x + \sinh^2 y)^{1/2n} \leq$
 $\leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{e^{y/2}}{2}\right)^{1/2n} = e^{y/4}$

$\frac{1}{2} \leq e^{y/4}$

③ $z \in \mathbb{C}$ קרי

$$|\sin wn| = \left| \frac{e^{iwn} - e^{-iwn}}{2i} \right| = \left| \frac{e^{i(x-iy)n} - e^{-i(x-iy)n}}{2i} \right| \leq$$

$$\leq \frac{e^{-y_n} + e^{y_n}}{2} \leq e^{|y|n}$$

ואכן

$$\sum_{n=0}^{\infty} |\sin(wn)z^n| \leq \sum_{n=0}^{\infty} |e^{|y|n} z^n| = \sum_{n=0}^{\infty} (e^{|y|} |z|)^n$$

הוא - קרי מרכז

$$|z| < e^{-|y|} \quad |e^{|y|} z| < 1$$

אם $|z| < e^{-|y|}$ אז $|e^{|y|} z| < 1$ ולכן $\sum_{n=0}^{\infty} (e^{|y|} |z|)^n$ מתכנס.

$$\log |z| < -|y|$$

$$|y| < \log \frac{1}{|z|}$$

$$|y| < \log \frac{1}{|z|}$$

אז $|z| > e^{-|y|}$

אם $|z| > e^{-|y|}$ אז $|e^{|y|} z| > 1$ ולכן $\sum_{n=0}^{\infty} (e^{|y|} |z|)^n$ מתפוצץ.

אז $|z| > e^{-|y|}$ הוא תנאי הכרחי לרדיוס התכנסות של $\sum_{n=0}^{\infty} \sin(wn)z^n$.