

WM02

21/05/2019

הרצאה

הוכחה של

הוכחה של $f|_U = g|_U$ $f|_U = g|_U$ $f|_U = g|_U$

$$f|_U = g|_U$$

$k \in \mathbb{N}$

הוכחה של $f|_U = g|_U$ $f|_U = g|_U$ $f|_U = g|_U$

הוכחה של $f|_U = g|_U$ $f|_U = g|_U$ $f|_U = g|_U$

$$f\left(\frac{1}{n}\right) = f\left(-\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n^3}$$

הוכחה של $f|_U = g|_U$ $f|_U = g|_U$ $f|_U = g|_U$

$$f\left(-\frac{1}{n}\right) = g\left(-\frac{1}{n}\right) = -\frac{1}{n^3}$$

$$f\left(\frac{1}{n}\right) = h\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n^3}$$

$$f|_U = g|_U \quad f|_U = h|_U$$

הוכחה של

הוכחה של

② אם קיימת f כזו, נחזיק: $f(0) = 0$

f אינ'ל - בסביבת $z_0 = 0$ f אינ'ל - בסביבת z_0 הנ"ל "אם" f אינ'ל

אכן f אינ'ל - בסביבת $z_0 = 0$ f אינ'ל - בסביבת z_0 הנ"ל "אם" f אינ'ל

קיימת $\varphi \in \text{Hol}(U)$ כך $f(0) = 0$

$$f(z) = z^m \varphi(z) \quad \text{כאן}$$

ע"כ

$$f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^m} \varphi\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n^m}{2^n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

כעת נראה:

לדא

(המשפט המרכזי של האלמנטריות):

כל פונקציה עם מקדמים מרוכבים

שאנו קראים $P(z)$, אפשר לכתוב (ומא) $P(z)$

כמכפלה של גורמים ליניאריים:

$$P(z) = C(z - \alpha_1) \cdots (z - \alpha_n)$$

אלו (המכפלות):

(ד) יהא f אינ'ל בתחום U עם נקודה

כזו $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ (עם $n \geq 1$).

$$g(z) = \frac{f(z)}{(z - \alpha_1) \cdots (z - \alpha_n)} \in \text{Hol}(U)$$

g אינ'ל - בסביבת α_1

② אם f אינ'ל - בסביבת α_1 $k \in \mathbb{N}$

$$|f(z)| \leq A + B \cdot |z|^k \quad : z \in U$$

כל f פונקציה.

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = \infty$$

אם f איז פאלינומאל

אז

אז $|z| > M$ אז $|f(z)| > 1$

אז $|f(z)| > 1$ אז $|f(z)| > 1$

אז $|f(z)| > 1$

אז $D_M = \{z : |z| \leq M\}$

אז $D_M = \{z : |z| \leq M\}$

אז $D_M = \{z : |z| \leq M\}$

אז $D_M = \{z : |z| \leq M\}$

$$g(z) = \frac{f(z)}{(z - \alpha_1) \cdots (z - \alpha_n)} \in \text{Hol}(D_M)$$

$$h(z) = \frac{1}{g(z)} \in \text{Hol}(D_M)$$

אז $|z| > M$

$$|h(z)| = \frac{|z - \alpha_1| \cdots |z - \alpha_n|}{|f(z)|} \leq (|z| + M) \cdots (|z| + M)$$

$$\leq (2|z|)^n$$

אז h איז פאלינומאל

אז $h \neq 0$

$h = \text{const.}$

$$f(z) = \frac{1}{h} \cdot (z - \alpha_1) \cdots (z - \alpha_n)$$

לענד

למשל: נניח שיש לנו פונקציה f ופונקציה g כדוגמה

אם f ו- g הן פונקציות אנליטיות ב- D ו- $\alpha \in D$ ו- $f(\alpha) = g(\alpha) = 0$ אז

$$\lim_{z \rightarrow \alpha} \frac{f(z)}{g(z)} = \lim_{z \rightarrow \alpha} \frac{f'(z)}{g'(z)}$$

והצורה $\frac{f(z)}{g(z)}$ היא קצוץ קצוץ.

אם α הוא נקודה שבה f ו- g מתאפסות, אז $m, n > 0$ כך ש-

$$f(z) = (z - \alpha)^m F(z)$$

$$g(z) = (z - \alpha)^n G(z)$$

$$F(\alpha), G(\alpha) \neq 0$$

$$F, G \in H_0(D)$$

$$\frac{f(z)}{g(z)} = (z - \alpha)^{m-n} \cdot \frac{F(z)}{G(z)}$$

$$\frac{f'(z)}{g'(z)} = (z - \alpha)^{m-n} \cdot \frac{mF(z) + (z - \alpha)F'(z)}{nG(z) + (z - \alpha)G'(z)}$$

: $m = n$

$$\frac{f'(z)}{g'(z)} = \frac{mF(z) + (z - \alpha)F'(z)}{nG(z) + (z - \alpha)G'(z)} \xrightarrow{z \rightarrow \alpha} \frac{F(\alpha)}{G(\alpha)} = \lim_{z \rightarrow \alpha} \frac{f}{g}$$

$$\frac{f'(z)}{g'(z)} = (z - \alpha)^{m-n} \cdot \left(\frac{mF(z) + (z - \alpha)F'(z)}{nG(z) + (z - \alpha)G'(z)} \right) \xrightarrow{z \rightarrow \alpha} 0 = \lim_{z \rightarrow \alpha} \frac{f}{g} : m > n$$

$$\left(\frac{f'(z)}{g'(z)} \right) \cdot (z - \alpha)^{m-n} \xrightarrow{z \rightarrow \alpha} 0 : m < n$$

Que la...

$$f \in C(\overline{D_{(0,1)}}), \quad f \in H^1_0(D_{(0,1)})$$

$$|z| < 1 \quad \text{or} \quad |f(z)| < 1 \quad \text{or} \quad |g(z)| < 1$$

$$f(0) = 0$$

$$f'(0) \leq 1$$

15

$$|f(z)| \leq |z|$$

2023

7070

2.11/

$$f(20) = 70$$

$$|\lambda| = 1$$

e. 75

$$f(z) = 1.2$$

$f(D_{10,1}) = f(D_{10,1}) \quad \text{כיון ש-} D_{10,1} \text{ הוא תת-קבוצה של } D_{10,1}$

$$f(\overline{D_{10,n}}) = f(D_{10,n}) \quad \textcircled{d}$$

86M

1

$$f(0) = 0$$

$\forall z \in D(0,1)$

$$f'(v) \neq 0$$

ה. תחל מה שיש לו שיהיה זה של זה

, $|z| < 1$ or $f'(z) \neq 0$ or $86/11$ f

f^{-1}

—C. S. J. 121

$$(f^{-1})' = \frac{1}{f'}$$

2027 78 Me 20371 $f^{-1} D_{10,11} \rightarrow D_{10,0}$

~~wegen f^{-1} inj., $f^{-1}(0) = 0$~~

۱۶۲

PJ, PVE

$$|f(z)| \leq |z| = |f'(f(z))| \leq |f(z)|$$

$|f(z)| = |z|$

$$|\lambda| = 1$$

$$f(x) = 17$$

1211

נשאל קודם / נוסח:

$$R_1 < |z - z_0| < R_2$$

הפונקציה f היא

אם C_r נוסח $R_1 < r < R_2$

העקבות (אנליטיק) $\{ |z - z_0| = r \}$ (העקבות)

3' f

העקבות

$$I_r = \int_{C_r} f(z) dz$$

העקבות

$r(t) = z_0 + re^{it}$ (העקבות) r

$$I_r = \int_0^{2\pi} f(z_0 + re^{it}) \cdot ire^{it} dt$$

העקבות r (העקבות) r

$$g(r, t) = f(z_0 + re^{it}) \cdot ire^{it}$$

העקבות r (העקבות) r

$$\frac{1}{r} I_r = \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} [f(z_0 + re^{it}) ire^{it}] dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial t} [f(z_0 + re^{it}) e^{it}] dt = [f(z_0 + re^{it}) e^{it}]_0^{2\pi} = 0$$

לע