

18/03/202
W3D1

הרצאה

הרצאה:

5. תורת קשרים:

על V_1, V_2 תחבורה, $V_1 \cup V_2 = G$

כך $V_1 \cup V_2 = G$

תקיים:

$V_2 = G$, $V_1 = \emptyset$

או $V_1 = G$, $V_2 = \emptyset$

G קשר סולגאבלי:

על $Z, w \in G$

קיים ק' עבור הניבן G :

$L = [Z, Z_1, \dots, Z_n, w] \subset G$

~~הרצאה~~

הרצאה / תרגום TFAE

(2) $\rightarrow$ (3)

כלומר G קשר סולגאבלי $\Leftrightarrow$ אם f קשר אוקטיל G אז $f|_V = \text{const}$ קבוע על V

על G :

$f: G \rightarrow \mathbb{C}$, $G \subset \mathbb{C}$, $[Z_0, Z_1] \subset G$ ויה

וכן $[Z_0, Z_1] \subset \bigcup_{j=1}^n V_j$ מכוסה $\mathbb{C}$ על ידי סדרה סופית של עיגולים

ויה: f קבוע בכל V_j $(f|_{V_j} = \text{const})$

אז, מתקיים: $f(Z_0) = f(Z_1)$

הוכחה: באינדוקציה על N .

$N=1$ - אפילו, תמיד קבוע f על $[Z_0, Z_1]$

הוכחה אינדוקציה: $[Z_0, Z_1] \subset \bigcup_{j=1}^n V_j$

כבר, $Z_0 \in V_{n+1}$, $Z_1 \in V_{n+1}$ - סימני.

אנחנו רוצים

$$[z_0, z_1] \setminus V_{n+1} = [z_0, z_1']$$

$$[z_0, z_1'] \subset \bigcup_{j=1}^N V_j$$

משקפים:

$$f(z_0) = f(z_1') \quad \text{כפי הנראה}$$

קיים נקודה $z' \in V'$ כך ש- $V' \cap V_{n+1} \neq \emptyset$ (כלומר V' אינו ריק)

$$f|_{V'} = \text{const} \quad \text{וב} \quad f|_{V_{n+1}} = \text{const} \in [z_0]$$

כלומר $V' \cup V_{n+1}$ הוא קטע

$$f(z_0) = f(z_1') = f(z_1)$$

לכן

אנחנו:

נניח $f: G \rightarrow \mathbb{C}$ קטע $[z_0, z_1] \subset G$ ונקודה z קטע

$$f(z_0) = f(z_1) \quad \text{כלומר}$$

הוכחה:

נניח $z \in [z_0, z_1]$ קיים r_2 כך ש- $D_{r_2}(z) \subset G$ וכן $f|_{D_{r_2}(z)} = \text{const}$ (כלומר f קטע ונקודה)

כלומר $[z_0, z_1]$ מכיל קטע ונקודה, ולכן $[z_0, z_1] \subset \bigcup_{z \in [z_0, z_1]} D_{r_2}(z)$

קיים N נקודות $D_1, \dots, D_N$ כך ש- $[z_0, z_1] \subset \bigcup_{i=1}^N D_i$

כלומר f קטע $f|_{D_i} = \text{const}$

ולכן, נקודה הנקודה $f(z_0) = f(z_1)$

לכן

הוכחה: (2) $\Rightarrow$ (3)

מקרה 1: $z_0 \in G$

נניח $f(z_0) = f(w)$, $w \in G$

אם $w = z_0$, אז $f(z_0) = f(z_0)$

אם $w \neq z_0$, אז $f(z_0) = f(w)$

$[z_0, z_1, \dots, z_n] \subset G$

$[z_i, z_{i+1}] \subset G$, $\forall i$

$f(z_i) = f(z_{i+1})$, $\forall i$

$f(z_0) = f(z_1) = \dots = f(z_n)$

$f(z_0) = f(w)$

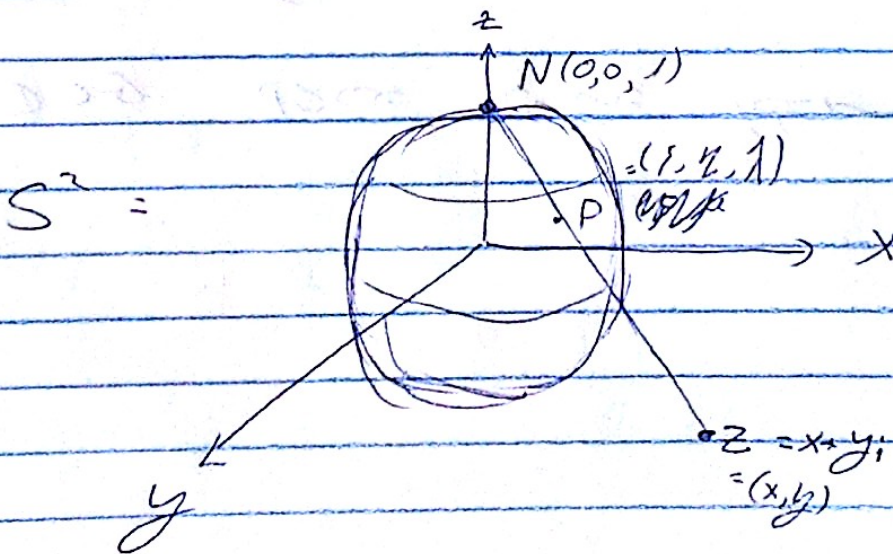
TFAE

הוכחה:

נניח $\hat{C} = C \cup \{\infty\}$

$$\hat{C} = C \cup \{\infty\}$$

הוכחה:



$$x = \frac{z + \bar{z}}{2}, y = \frac{z - \bar{z}}{2i}, z = (x, y, 0) \text{ או } P = (x, y, z)$$

: Nz

רענ

$$(tx, ty, 1-t)$$

$$(tx)^2 + (ty)^2 + (1-t)^2 = 1$$

$$t^2(x^2 + y^2 + 1) = 2t$$

$$t = \frac{2}{1+x^2+y^2} = \frac{2}{1+|z|^2}, \quad |z|^2 = x^2 + y^2$$

$$S^2 \approx \hat{\mathbb{C}}$$

רענ

$$p(z_1, z_2) = \frac{|z_1 - z_2|}{2 \sqrt{1+|z_1|^2} \sqrt{1+|z_2|^2}}$$

רענ

GCE פארשטאנד פארשטאנד פארשטאנד

$f: G \rightarrow \mathbb{C}$ $z_0 \in G$ $f'(z_0)$ $f'(z_0)$ $f'(z_0)$
 $f'(z_0)$ $f'(z_0)$ $f'(z_0)$ $f'(z_0)$ $f'(z_0)$

$$f'(z_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(z_0 + h) - f(z_0)}{h}$$

f_1, f_2 f_1, f_2 f_1, f_2

$$(f_1 \pm f_2)'(x_0) = f_1'(x_0) \pm f_2'(x_0)$$

f_1, f_2 f_1, f_2 f_1, f_2