

W6D5

19/04/2012

ה'תרצ"א

الجزء:

6-2 g -5 $\rightarrow$ g_n $\xrightarrow{\text{loc}}$ g μ ν

$z \in VCG$ ק"מ $z \in G$ δ m

$g_n \rightarrow g$ $V - m$ p

- 20/7

$$\sup_{w \in V} |g(w) - g_n(w)| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

$$f(z) = \sum a_n (z - z_0)^n \quad : \text{local}$$

 $R > 0$

ה'תש"א

$$D_p(z_0)$$

$$(x, f_x) \quad f \in A(D_\beta(z_0))$$

15/5 2012-2012 2152/20 136

$$f'(z) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n (z - z_0)^{n-1}$$

הכרחי, מכאן, $z_0 = 0$ וכן

$$g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} n a_n z^{n-1} \quad / \text{no} \quad \text{---} \quad \text{ok}$$

$$121 < R \quad \text{c.p.z. for } \sqrt{3} \quad , \quad g \in C(D_R)$$

$$(*) \quad f(w) - f(z) - g(z)(w-z) = o(|w-z|)$$

ה"מ $\rho > 0$ כן e $1/2 < \rho < R$. בהיג ρ $1/4 < \rho$.

4w

⑧ כי אנו רוצים להבין: $\frac{f(u)-f(z)}{u-z} \rightarrow g(z)$

: p.p.w

$$f(w) - f(z) - g(z)(w-z) =$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (a_n w^n - a_n z^n) - \sum_{n=1}^{\infty} (w-z) a_n \cdot n z^{n-1} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} a_n w^n - a_n z^n - (w-z) a_n \cdot n z^{n-1} \leq$$

$$\leq \sum_{n=2}^{\infty} |a_n| |w^n - z^n - n(w-z)z^{n-1}| \leq$$

$$\leq \sum |a_n| n^2 \rho^{n^2} |w-z|^2 = M \cdot |w-z|^2 = o(|w-z|)$$

$$\sum |a_n| n^2 \rho^{n^2} = M < \infty$$

f.e.v

(1) $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$, $R = \infty$:12N213

$$f'(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n z^{n-1}}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} = f(z)$$

$f'(z) = f(z)$, כל ה

$f(z) = ce^z$ p1

$f(0) = 1 = c$ p1

$f(z) = e^z$ p1

(2) $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$ $R = 1$

$$f'(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n} z^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n = \frac{1}{1-z}$$

$\Rightarrow f(z) = -\log(1-z) + C$, $z \in D$

$C=0$ p1, $f(0)=0$ p1

$f(z) = -\log(1-z)$ כל ה

למשל: הפונקציה הזו

$$\lim_{\substack{\theta \rightarrow 1^+ \\ \theta < 1}} f(\theta z_0)$$

אם קיים הגבול

ובנוסף $|z_0| = R$

$$n |a_n z_0^n| = o(1) \quad (\text{נכנס ל-0})$$

$$\sum a_n z_0^n \quad \text{שם}$$

הפונקציה, אם קיים הגבול $f(z_0)$ נמצא z_0

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z_0^n = f(z_0) \quad \text{אם}$$

למשל: הפונקציה הזו

$$f(\theta z) \xrightarrow{\theta \rightarrow 1} f(z) \quad \text{שם} \quad \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \quad \text{אם}$$

1.1.12

אנליזה - אינטגרל

$$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$$

רעאל

$$\int_a^b f(t) dt = \int_a^b \operatorname{Re} f + i \int_a^b \operatorname{Im} f$$

$$\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$$

1.1.13

$$c = \int_a^b f$$

1.1.14

1.1.15

$\theta = \arg c$

$$c = e^{i\theta} \cdot |c|$$

אנליזה

אנליזה

$c \in \mathbb{C}$

אנליזה

$c \neq 0$

אנליזה

$$|c| = e^{-i\theta} c = e^{-i\theta} \int_a^b f(t) dt = \int_a^b e^{-i\theta} f(t) dt$$

$$= \int_a^b \operatorname{Re}(e^{-i\theta} f(t)) dt + i \int_a^b \operatorname{Im}(e^{-i\theta} f(t)) dt$$

אנליזה

$$|c| = \int_a^b \operatorname{Re}(e^{-i\theta} f(t)) dt \leq \int_a^b |\operatorname{Re}(e^{-i\theta} f(t))| dt \leq$$

אנליזה

$$\leq \int_a^b |e^{-i\theta} f(t)| dt = \int_a^b |e^{-i\theta}| |f(t)| dt = \int_a^b |f(t)| dt$$

אנליזה

המשפט הראשון

המשפט

משפט השני $f \in C^1_{pw}(a, b)$

$f \in C[a, b]$

יש $a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b$

(כלומר, f היא פונקציה רציפה)

$f \in C^1(t_j, t_{j+1})$
 $j = 0, \dots, n-1$

$\lim_{t \rightarrow t_j^-} f'(t)$

$\lim_{t \rightarrow t_j^+} f'(t)$

$f' = u' + i v'$, $f = u + i v$

למשל, $f \in C^1_{pw}$ (משפט השני)

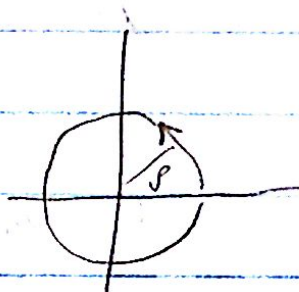
$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a)$

המשפט השני

$$\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{C}, \quad \gamma \in C_{pw}'$$

$$\int_{\gamma} f = \int_a^b f(\gamma(t)) \gamma'(t) dt$$

(3.2)



המשפט השני

המשפט השני, $0 < \rho < \infty$

$$\gamma(t) = \rho e^{it}, \quad \rho > 0, \quad t \in [0, 2\pi]$$

המשפט השני
 $n \in \mathbb{Z}$

$$\int_{\gamma} z^n dz = \int_0^{2\pi} (\rho e^{it})^n \cdot \rho i e^{it} dt =$$

$$= i \rho^{n+1} \int_0^{2\pi} e^{i(n+1)t} dt = \begin{cases} 0 & n \neq -1 \\ 2\pi i & n = -1 \end{cases}$$

ד.נ.ר.ס $f'(t)$

10/10/16

1.50 $f \in A(G)$

10/1

$$\int_a^b f' = f(r(b)) - f(r(a))$$

$$g(t) = f(r(t))$$

10/10/16

$$\int_a^b f' = \int_a^b f'(r(t)) \cdot r'(t) dt = \int_a^b g'(t) dt =$$

$$= g(b) - g(a) = f(r(b)) - f(r(a))$$