

WGDI

15/04/2012

ה'תרל"ה

$$\operatorname{arccos} z = \frac{1}{i} \log(z + \sqrt{z^2 - 1})$$

π כחצי פונקציה = $\Pi = \{z \mid 0 < \operatorname{Re} z < \pi\}$: מישור
: חצי פונקציה $\cos$, π כחצי פונקציה
 $\forall z_1, z_2 \in \Pi$, $\cos z_1 + \cos z_2$

$$\bar{\pi} = \{z \mid 0 \leq \operatorname{Re} z \leq \pi\} \quad : \text{map}$$

$$\alpha \in \bar{\pi} \quad \mapsto \quad \beta \in \mathbb{C} \quad \text{st} \quad \cos \alpha = \cos \beta \quad \text{e.g.}$$

$$\cos(\pi) : \mathbb{C} \setminus \{(-\infty, -1] \cup [1, \infty)\}$$

$$a^c = e^{c \log a} \quad a, c \in \mathbb{C}$$

$$i^{\mathbb{Z}} = e^{i \log i} = \{ e^{i \cdot 1 \cdot (\frac{\pi}{2} + 2\pi k)} \} = \{ e^{-\frac{\pi}{2} + 2\pi k} \}_{k \in \mathbb{Z}}$$

$$\log i = \{ -\ln|i| + i \arg i \} = \{ i(\frac{\pi}{2} + 2\pi k) \}_{k \in \mathbb{Z}}$$

סדרה: $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ סכמת מספיקי: $S_k = \sum_{i=0}^k b_i$

N ק' Σ $\mathcal{F}$ $\mathcal{M}$ $\mathcal{N}$ Σ $\mathcal{F}$ $\mathcal{M}$ $\mathcal{N}$

$$|S_m - S_n| < \epsilon$$

$$|\sum_{k=1}^m b_k| < \varepsilon \quad \text{wkt}$$

$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = H_n$

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n$$

$$: \sim 16(14\pi)13$$

$$z \neq 1 \quad S_n = 1 + z + \dots + z^n = \frac{1 - z^{n+1}}{1 - z}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n \rightarrow \frac{1}{1-z}$$

SK

$$|\tau| < 1$$

۴۰۰ -

הלל משרד

52

12/7/17 SC.

$\sum_{n=0}^{\infty} a_n C^n$
 $C \in \mathbb{C}$
1/28
P/C
M

$$|z| < |c|$$

C 7F

٧٢٨

حکم

en

$|z| < |c|$ cp^- $2c \cdot c$ $5/32$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$$

ملفوظ :

הו סמב:

541

$$a_n C^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

2000

$$M = \sup_n |a_n c^n| < \infty$$

שק"מ:

$$x_n = |a_n z^n| = |a_n c^n \cdot \left(\frac{z}{c}\right)^n| \leq M \cdot \underbrace{\left|\frac{z}{c}\right|^n}_{< 1}$$

קריטריון: $\sum a_n$ מתכנס, $\sum a_n z^n$ מתכנס בהכרח.

דוגמה

$$R = \sup \{ r \mid \exists c \text{ s.t. } |c| = r \text{ and } \sum a_n c^n \text{ מתכנס} \}$$

הקטור (a_n) נתון: $\sum a_n z^n$ מתכנס $\forall z \in D_R$ (כל $z \in D_R$).

אם $|z| > R$ אז $\sum a_n z^n$ לא מתכנס.

הקטור D_R הוא המרחב.

אם $R < \infty$ אז $\sum a_n z^n$ מתכנס רק ב- D_R .

דוגמה:

$$\frac{1}{R} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$$

$$\left(\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup b_n \right)$$

$$\frac{1}{|z|} > \limsup \sqrt[n]{|a_n|}$$

הוכחה

$$\limsup \sqrt[n]{|a_n| |z|^n} < 1$$

$$\limsup \sqrt[n]{|z|^n a_n} < q < 1, \text{ ש"ל}$$

$n > N$ ה"ע $p > N$ ~~ש"ל~~ $p > n$

$$\sup_{k \geq n} \sqrt[k]{|a_k| |z|^k} < q$$

$$\forall k > N \quad |a_k| |z|^k \leq q^k$$

$$\text{נ"מ} \sum_{k=N}^{\infty} a_k z^k \quad \text{ו"ל} \quad \text{נ"מ} \sum q^k$$

$$\text{נ"מ} \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k \quad \text{ו"ל}$$

$$R \geq \frac{1}{\limsup \sqrt[n]{|a_n|}} \quad \text{ו"ל}$$

$$\rho \leq \text{המרחק}$$

- נקודה